

HÀM SỐ BẬC HAI

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$

- * Hàm số này có tập xác định $\forall x \in \mathbb{R}$
- * Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$
- * Nếu $a < 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$
- * Nếu $a > 0$ thì $y > 0 \forall x \neq 0$

+) $y = 0$ khi $x = 0$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = 0$.

* Nếu $a < 0$ thì $y < 0 \forall x \neq 0$

+) $y = 0$ khi $x = 0$. Giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 0$.

- **Đồ thị của hàm số** $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- * Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O.
- * Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị.
- * Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị.

- **Vị trí tương đối của đường thẳng và parabol**

Cho đường thẳng (d): $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và parabol (P): $y = kx^2$ ($k \neq 0$).

- ✓ **Tìm số giao điểm của (d) và (P)**

Khi đó : Xét phương trình $kx^2 = ax + b$ (1)

- Nếu phương trình (1) vô nghiệm thì (P) và (d) không giao nhau.
- Nếu phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.
- Nếu phương trình (1) có nghiệm kép thì (P) và (d) tiếp xúc nhau
- Hoành độ giao điểm (hoặc tiếp điểm) của (P) và (d) chính là nghiệm của phương trình $kx^2 = ax + b$.

- ✓ **Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P)**

- Giải phương trình (1) tìm ra các giá trị của x. Khi đó giá trị của x chính là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Thay giá trị của x vào công thức hàm số của (d) (hoặc (P)) ta tìm ra tung độ giao điểm từ đó suy ra tọa độ giao điểm cần tìm.

Tọa độ giao điểm của (d) và (P) phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1)

✓ **Hàm số chứa tham số. Tìm điều kiện của tham số để tọa độ giao điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.**

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) từ đó vận dụng biệt thức delta và hệ thức Vi-et để giải bài toán với điều kiện cho sẵn..

. BÀI TẬP

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3}{2}x^2$

1) Hãy tính $f(-2)$; $f(3)$; $f(\sqrt{5})$; $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

2) Các điểm $A(2;6)$, $B(-\sqrt{2};3)$, $C(-4;-24)$, $D\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{3}{4}\right)$ có thuộc đồ thị hàm số không ?

Bài 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hàm số $y = f(x) = (m+2)x^2$ (*)

1) Tìm m để đồ thị hàm số (*) đi qua các điểm :

a) $A(-1;3)$ b) $B(\sqrt{2};-1)$

2) Thay $m = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số (*) với đồ thị hàm số $y = x + 1$

Bài 3: a) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = -x + 2$ (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Sự tương giao giữa đường thẳng và đồ thị hàm số bậc hai.

Bài 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng

$$(d): y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$$

a) Vẽ đồ thị của (P)

b) Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ lần lượt là các giao điểm của P với (d). Tính giá trị biểu thức $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$.

Bài 5: Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = (2m-1)x - m + 2$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$ thỏa $x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0$.

Bài 6: Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = mx + 4$, với m là tham số.

- a) Khi $m = 3$, tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.
b) Chứng minh rằng với mọi giá trị m , đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $A_2(x_2; y_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$.

Bài 7: Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) .

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.
b) Cho đường thẳng $y = mx + n$ (Δ) . Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P) .

Bài 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 3x + m - 1$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .
b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm m để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$

Bài 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0; 1)$
b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$.

Bài 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx - 3$ (với m là tham số).

- a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 3)$
b) Xác định các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho tổng 2 tung độ của hai giao điểm đó bằng -10

Bài 11: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình:
 $y = 2(m+1)x - 3m + 2$

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với $m = 3$.
b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B với mọi m .
c) Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của A và B . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

 PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài F.01. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị parabol (P)

- a) Xác định a để (P) đi qua điểm $A(-\sqrt{2}; -4)$.
- b) Với giá trị a vừa tìm được ở trên hãy:
- Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ;
 - Tìm các điểm trên (P) có tung độ bằng -2 ;
 - Tìm các điểm trên (P) cách đều hai trục tọa độ.

Bài F.02. Cho hàm số $y = (m-1)x^2$ ($m \neq 1$) có đồ thị là (P).

- a) Xác định m để (P) đi qua điểm $A(-\sqrt{3}; 1)$;
- b) Với giá trị của m vừa tìm được ở trên, hãy:
- Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ;
 - Tìm các điểm trên (P) có hoành độ bằng 1 ;
 - Tìm các điểm trên (P) có tung độ gấp đôi hoành độ.

Bài F.03. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị parabol (P)

- a) Tìm hệ số a biết rằng (P) đi qua điểm $M(-2; 4)$.
- b) Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và điểm $N(2; 4)$.
- c) Vẽ (P) và d tìm được ở các câu a) và b) trên cùng một hệ trục tọa độ.
- d) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d ở các câu a) và b).

Bài F.05. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4x + 9$.

- a) Vẽ đồ thị (P)
- b) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) song song với đường thẳng (d) và (d_1) tiếp xúc (P)

Bài F.07. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường

thẳng (d): $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

- a) Vẽ đồ thị của (P)
- b) Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ lần lượt là các giao điểm của (P) với (d). Tính giá trị biểu thức $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$.

