

CHỦ ĐỀ 1: PHÉP NHÂN CÁC ĐA THỨC**BÀI 1. ĐƠN THỨC****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Đơn thức**

Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số hoặc một biến, hoặc có dạng tích của những số và biến.

Ví dụ: Các biểu thức $2; x; 3y^2; -\frac{1}{2}ab; \dots$ là các đơn thức

Các biểu thức $x+2; a-b; x^2\sqrt{y}; \dots$ không phải là các đơn thức

2. Đơn thức thu gọn, bậc của một đơn thức

+ Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm một số, hoặc có dạng tích của một số với những biến, mỗi biến chỉ xuất hiện một lần và đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

+ Trong một đơn thức thu gọn, phần số được gọi là hệ số, phần còn lại được gọi là phần biến. Khi viết một đơn thức thu gọn, ta thường viết hệ số trước, phần biến sau; các biến được viết theo thứ tự trong bảng chữ cái.

+ Với các đơn thức chưa là đơn thức thu gọn, ta có thể thu gọn chúng bằng cách áp dụng các tính chất của phép nhân và phép nâng lên lũy thừa. Từ đây, khi nói đến một đơn thức, ta hiểu rằng đơn thức đó đã được thu gọn.

+ Bậc của một đơn thức với hệ số khác 0 là tổng số mũ của các biến trong đơn thức đó.

Chú ý: Mỗi số khác 0 là một đơn thức thu gọn bậc 0. Số 0 cũng được coi là một đơn thức và là đơn thức không có bậc.

Với các đơn thức có hệ số là +1 hoặc -1 ta không viết số 1.

3. Đơn thức đồng dạng

+ Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức với hệ số khác 0 và có phần biến giống nhau.

+ Hai đơn thức đồng dạng thì có cùng bậc.

+ Muốn cộng (hoặc trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hoặc trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Nhận diện đơn thức**

Phương pháp giải: Chỉ các biểu thức bao gồm một số hoặc một biến, hoặc có dạng tích của các số và các biến mới là đơn thức.

1A. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

$$xy; -4; -\frac{1}{2}y^2; (x+1)y; (1+\sqrt{2})xz; \frac{x}{2}; \frac{1}{x}y^2; 2x\sqrt{y}$$

1B. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức ?

$$3; z^3; \frac{3}{7x}; x^2(1+y); (4+\sqrt{3})xy; \frac{xy}{2}; -\frac{1}{5}xyz; \sqrt{x}y^4$$

Dạng 2. Thu gọn đơn thức và xác định hệ số, phần biến của đơn thức

Phương pháp giải: Để thu gọn đơn thức, ta áp dụng các tính chất của phép nhân và phép nâng lên lũy thừa theo các bước:

Bước 1. Nhân tất cả các thừa số là số trong đơn thức với nhau.

Bước 2. Viết tất cả các biến trong đơn thức dưới dạng lũy thừa có bậc cao nhất, mỗi biến chỉ xuất hiện một lần.

2A. Thu gọn các đơn thức sau:

a) $A = 16xy^8 \cdot 2x^2 \cdot 3y^7$.

b) $B = -\frac{1}{3}x^2y \cdot 2xy^3$.

c) $C = \frac{1}{4}x^3y \cdot (-2)x^3y^5$.

d) $D = -\frac{3}{4}x^6y^4 \cdot xy^2 \cdot \frac{8}{9}x^2y^5$.

2B. Thu gọn các đơn thức sau :

a) $A = 4xy^2 \cdot (-2)x^2y^4$.

b) $B = -\frac{2}{3}xy^2 \cdot \frac{9}{4}x^3yz \cdot (-xz^2)$.

c) $C = -5xy \cdot 11xy^2 \cdot x^2y^3$.

d) $D = -\frac{3}{4}x^5y^4 \cdot (-2)xy^2z \cdot 6yz$.

3A. Cho các đơn thức :

$$A = 4xy \cdot x^2; B = \frac{4}{15}xyz; C = \frac{1}{4}x^3y \cdot (-2)x^3; D = (2 + \sqrt{3})xy^5.$$

a) Liệt kê các đơn thức thu gọn trong các đơn thức đã cho và thu gọn các đơn thức còn lại.

b) Với mỗi đơn thức nhận được, hãy cho biết hệ số và phần biến của nó.

3B. Cho các đơn thức: $E = 3x^2y \cdot yz; F = (2 \cdot 2, 5 + 3)yz^2 \cdot \frac{1}{4}y$;

$$G = -\frac{1}{5}mx^4y; H = (\sqrt{7} - 1)xy$$

a) Liệt kê các đơn thức thu gọn trong các đơn thức đã cho và thu gọn các đơn thức còn lại.

b) Với mỗi đơn thức nhận được, hãy cho biết hệ số và phần biến của nó.

4A. Thu gọn rồi tính giá trị của mỗi đơn thức sau :

a) $A = -\frac{4}{3}xy^2 \cdot \frac{3}{2}x^3$ với $x=1$ và $y=-2$;

b) $B = \frac{1}{3}xy^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)yx^2$ với $x=2$ và $y=-1$.

4B. Thu gọn rồi tính giá trị của mỗi đơn thức sau:

a) $M = 15x^2y^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)xy^2$ với $x=3$ và $y=1$;

b) $N = -2x^3 \cdot \frac{5}{36}xy \cdot y^4$ với $x=-2$ và $y=3$.

Dạng 3. Tìm bậc của đơn thức

Phương pháp giải: Để tìm bậc của đơn thức ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Thu gọn đơn thức (nếu đơn thức chưa được thu gọn).

Bước 2. Tính bậc của đơn thức bằng cách cộng tổng tất cả các số mũ của các biến.

5A. Thu gọn các đơn thức sau. Với mỗi đơn thức thu được, cho biết hệ số, phần biến và bậc của nó.

a) $A = -\frac{2}{5}x^2y \cdot 2xy^3 \cdot \frac{1}{4}yz$;

b) $B = \frac{1}{4}x^3y \cdot (-2)x^3y^5 \cdot 3yz^3$.

5B. Thu gọn các đơn thức sau. Với mỗi đơn thức thu được, cho biết hệ số, phần biến và bậc của nó.

a) $A = -\frac{3}{4}x^2y^5z^3 \cdot \frac{5}{3}x^3yz$;

b) $B = -5x^3yz \cdot 7x^5z^2 \cdot (-2)y^5(-z)^3$

6A. Cho các đơn thức: $A = \frac{1}{2}x^2y$; $B = 3xy$; $C = 5yz^4$.

a) Thu gọn đơn thức $D = A \cdot B \cdot C$

b) Xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức D.

6B. Cho các đơn thức: $A = -5xy$; $B = 11xy^2$; $C = 5x^2yz^3$.

a) Thu gọn đơn thức $D = A \cdot B \cdot C$

b) Xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức D.

7A. Tính tích của các đơn thức sau và xác định bậc của đơn thức thu được:

a) $\frac{1}{2}x^3y$ và $-\frac{4}{3}x^2y^3$;

b) $5xy^4$ và $\frac{2}{5}x^2y^2z$;

c) $-\frac{6}{15}yz^5$ và $-\frac{10}{9}x^2y^3z$;

d) $18xz^2y$ và $\frac{5}{9}xy^3$.

7B. Tính tích của các đơn thức sau và xác định bậc của đơn thức thu được:

a) $2xy^2$ và $3xz^3$;

b) $3x^4yz$ và $\frac{5}{6}xy^2z^3$;

c) $\frac{3}{4}y^2xz$ và $12zyx$;

d) $4xy^2z^3$ và $-\frac{5}{2}x^4y^2$.

Dạng 4. Tìm tổng hoặc hiệu của các đơn thức đồng dạng

Phương pháp giải: Để tính tổng (hoặc hiệu) của các đơn thức đồng dạng, ta cần thực hiện theo các bước:

Bước 1. Xác định và nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau thành các nhóm.

Bước 2. Cộng (hoặc trừ) các hệ số của các đơn thức đồng dạng và giữ nguyên phần biến.

8A. Tính tổng của các đơn thức sau:

a) $2xy$; $5xy$ và $-3xy$;

b) $4x^3yz$; $\frac{2}{3}x^3yz$ và $-3x^3yz$;

c) $\frac{2}{3}xy^2z^9$; $-xy^2z^9$ và $\frac{5}{2}xy^2z^9$;

d) $-12x^5y^4z^6$; $46x^5y^4z^6$ và

$-16x^5y^4z^6$.

8B. Tính tổng của các đơn thức sau:

a) $3x^3y^4z^2$; $-x^3y^4z^2$ và $7x^3y^4z^2$;

b) $5x^6y^9$; $-25x^6y^9$ và $-12x^6y^9$;

c) $\frac{1}{3}y^5zt$; $-2y^5zt$ và $\frac{3}{5}y^5zt$;

d) $8x^5z^3$; $23x^5z^3$ và $12x^5z^3$.

9A. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $A = 7x^5y^7 - 2x^5y^7 + 4x^5y^7$;

b) $B = 33x^2y^7z^3 + 21x^2y^7z^3 - 48x^2y^7z^3$;

c) $C = \frac{2}{5}x^4yz^2 - 3x^4yz^2 + \frac{28}{5}x^4yz^2$;

d) $D = 2xy^4 - \frac{1}{4}xy^4 - \frac{5}{2}xy^4$.

9B. Thu gọn các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } M &= 17x^3y + 29x^3y - 36x^3y; & \text{b) } N &= \frac{3}{5}x^2y^2 + \frac{2}{3}x^2y^2 + \frac{2}{5}x^2y^2 - \frac{8}{3}x^2y^2; \\ \text{c) } P &= 4x^3y^2 + \frac{3}{7}x^3y^2 - \frac{5}{14}x^3y^2; & \text{d) } Q &= -\frac{1}{3}x^2y^3z^3 + \frac{7}{3}x^2y^3z^3 - 21x^2y^3z^3. \end{aligned}$$

BÀI 2. ĐA THỨC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đa thức

+ Đa thức là tổng của những đơn thức; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

+ Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức.

Ví dụ: Biểu thức $x^4 + 2x^3 + x^2y - 6xy - 7$ là một đa thức. Các hạng tử của đa thức này là $x^4; 2x^3; x^2y; -6xy; -7$.

2. Đa thức thu gọn

+ Đa thức thu gọn là đa thức không có hai hạng tử nào đồng dạng.

+ Với các đa thức có những hạng tử đồng dạng ta đều có thể thu gọn chúng (thu gọn một đa thức là tìm đa thức thu gọn bằng đa thức đã cho - Xem Dạng 2).

3. Bậc của đa thức

+ Bậc của một đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

+ Khi tìm bậc của một đa thức, trước hết ta phải rút gọn đa thức đó.

Chú ý: Mỗi số khác 0 là một đa thức bậc 0. Số 0 cũng được coi là một đa thức và là đa thức không có bậc xác định.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận diện đa thức

Phương pháp giải: Chỉ các biểu thức là tổng (hiệu) của các đơn thức mới là đa thức.

1A. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức?

$$x^2 - 4; -\frac{1}{2}y^2; xy^2 + 4y + 3; 2022; x - \frac{x}{2}; \frac{1}{x}y^2 + 1; 2x\sqrt{y} + x^2.$$

1B. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức?

$$3; z^3 - z + 2; \frac{3}{7x} - x^2; x^2y - 3y^5z; 2021; \frac{xy}{2}; -\frac{1}{5x^2 + x - 2}; \sqrt{x}y^4.$$

2A. Xác định hệ số và bậc của từng hạng tử trong đa thức sau:

a) $4x^2y - \frac{2}{3}xy^2 + 5xy - x$;

b) $-4xyz + \frac{5}{7}x^4y - y^5z^2 + 2022$.

2B. Xác định hệ số và bậc của từng hạng tử trong đa thức sau:

a) $15x^2y^3 - 27x^4 - \frac{1}{3}xy^2z - 5z^2$;

b) $x^3 - 2x^2y + \frac{1}{3}xy^2 - y^4$.

Dạng 2. Thu gọn đa thức

Phương pháp giải: Nhóm các đơn thức đồng dạng và thực hiện các phép cộng, trừ đơn thức đồng dạng trong từng nhóm.

3A. Thu gọn các đa thức sau:

a) $A = 2x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 5x$;

b) $B = 5y + \frac{1}{2}y^3 - \frac{2}{3}y + 2y^3$.

3B. Thu gọn các đa thức sau:

a) $A = 2x^2 - 3x + x^2 + 5x - x^2$;

b) $B = 3y^3 + y^2 + y - 2y^2 + 2y$.

4A. Thu gọn đa thức sau:

a) $A = 5x^2y - 3xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + 5xy$;

b) $B = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$;

c) $C = 2x^3 - 2xy + x^2 + 5xy - x^2 - x^3$.

4B. Thu gọn đa thức sau:

a) $M = y^2 - 2y + \frac{1}{2}y^2 + 7y - 4y^2$;

b) $N = xy^2 - xy + \frac{1}{2}x^2y - 5xy - \frac{1}{3}x^2y + \frac{1}{3}xy^2$;

c) $P = 7x^2y - 3xy + 2x^2y - xy + 5xy - 3x$.

Dạng 3. Tìm bậc của đa thức

Phương pháp giải: Để tìm bậc của đa thức ta cần thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Thu gọn đa thức. Nếu đa thức đã được thu gọn thì ta chuyển sang Bước 2;

Bước 2. Xác định bậc của các hạng tử và chọn giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó chính là bậc của đa thức.

5A. Tìm bậc của đa thức sau:

a) $-3x^5 - x^3 + 2x^2 + 3 + 3x^4$;

b) $5x^4y - 6x^2y^2 + x^3 - y^6$;

c) $x^2y^3 + x^4 + y^4 - xy$;

d) $x^3 + 2x - 5xy + 3x^2 - x^3$.

5B. Tìm bậc của đa thức sau:

a) $y^4 + 4y^2 - 3y - x^2y$;

b) $x^3 + x^2y^2 - 4xy^2 + 3xy$;

c) $xyz^3 + 3x^6 - xy^5 - 2x^6 + 7$;

d) $y^4 + y^2 - y^4 + x^2y$.

6A. Thu gọn và tìm bậc của đa thức:

a) $A = x^2y + 4x \cdot xy - 3xz + x^2y - 2xy + 3xz$;

b) $B = 4x^2y + 6x^3y^2 - 10x^2y + xy - 6x^3y^2$;

c) $C = 12xyz - 3x^5 + y^4 + 2x^5$;

d) $D = 4x^2y - 2xy^2 + \frac{1}{3}x^2y - x + 2x^2y + 2xy^2 - \frac{1}{3}x - 6x^2y$.

6B. Thu gọn và tìm bậc của đa thức:

a) $M = 3x^3y^2 + 2x^2y - xy + 4xy - 3x^2y$;

b) $N = x^3y - 2x^2y + x - y + 2y + 3x - x^3y$;

c) $P = 5xy - xy^2 + y - 7x^3 + 2xy^2 - 3xy$;

d) $Q = 4x^4 - 2x^3y^3z + 7x^3y - x^4 - x^3y^3z$.

Dạng 4. Tính giá trị của đa thức

Phương pháp giải: Để tính giá trị của đa thức, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1. Thu gọn đa thức. Nếu đa thức đã được thu gọn thì ta làm luôn Bước 2;

Bước 2. Thay giá trị đã cho của các biến vào đa thức đã thu gọn rồi thực hiện phép tính.

7A. Cho đa thức $A = 6x^2y + \frac{2}{3}xy^2 + x^2y - \frac{5}{3}xy^2$.

a) Thu gọn đa thức A và xác định bậc của đa thức;

b) Tính giá trị của A tại $x = -\frac{1}{7}, y = 14$.

7B. Cho đa thức $B = -2xy^2 + \frac{1}{3}x^3y - x - \frac{1}{3}x^3y + xy^2 + 4x$.

a) Thu gọn đa thức B và xác định bậc của đa thức;

b) Tính giá trị của B tại $x = 1; y = 2$.

8A. Cho đa thức $M = 3x^2 - 2x + x^2 + 1 + 2x$. Thu gọn và tính giá trị của M tại $x = 1$.

8B. Cho đa thức $N = 2y^3 - 3y^2 + 1 - y^3 + 5y^2 - 2$. Thu gọn và tính giá trị của N tại $y = 2$.

BÀI 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phép cộng và phép trừ đa thức

- Cộng (hay trừ) hai đa thức tức là thu gọn đa thức nhận được sau khi nối hai đa thức đã cho bởi dấu "+" (hay dấu "-").

- Phép cộng đa thức có các tính chất tương tự phép cộng các số:

+ Tính chất giao hoán: $A + B = B + A$;

+ Tính chất kết hợp: $(A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C$;

2. Các bước thực hiện phép cộng và phép trừ đa thức

Để cộng (hay trừ) hai đa thức, ta thực hiện các bước sau:

+ *Bước 1.* Viết hai đa thức trong dấu ngoặc và nối chúng với nhau bởi phép "+" (hoặc phép "-").

+ *Bước 2.* Thực hiện bỏ dấu ngoặc theo quy tắc: Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đứng trước, ta phải đổi dấu tất cả các hạng tử trong dấu ngoặc: dấu "-" thành dấu "+" và dấu "+" thành dấu "-". Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đứng trước thì dấu các hạng tử trong ngoặc vẫn giữ nguyên.

- *Bước 3.* Nhóm các hạng tử đồng dạng và thu gọn đa thức.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện cộng trừ đa thức

Phương pháp giải: Thực hiện phép cộng (trừ) hai hay nhiều đa thức theo các bước nêu trên.

1A. Cho hai đa thức $A = 7x^2y^3 - 6xy^4 + 5x^3y - 1$ và $B = -x^3y - 7x^2y^3 + 5 - xy^4$. Tính $A + B$ và $A - B$.

1B. Cho hai đa thức $P = 2x^3 - 4x^2y + xy^2 - y^4 + 1$ và $Q = -2x^3 - x^2y - y^4 - 3$. Tính $P + Q$ và $P - Q$.

2A. Cho các đa thức $A = x^2 - 2y - y^2 + 3x - 1$ và $B = 2x^2 + 3y^2 - 5x + 3$. Tính:

a) $A + B$; b) $A - B$; c) $-A + B$; d) $-B - A$.

2B. Cho các đa thức $M = 5x^2y + 5x - y^3 + x^2 - 3$ và $N = xyz - 4x^2 + 5y^3 - 4x^2y + 5x - 12$

. Tính :

- a) $M + N$; b) $M - N$; c) $-M + N$; d) $-M - N$.

3A. Cho các đa thức $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$; $B = 3x^2 + 2xy + y^2$; $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$. Tính:

- a) $A + B + C$; b) $A - B + C$.

3B. Cho các đa thức $A = x^2 + 5xy + 10y^3$; $B = 7x^2 - xy + z^4$ và $C = y^3 + 2z^4 - 4xy$. Tính:

- a) $A - B + C$; b) $C - A - B$.

4A. Cho hai đa thức $M = 3x^2 + 2xy + 2y^3 - x^3$ và $N = x^3 - y^3 - 2x^2$.

- a) Tìm đa thức $P = M + N$ và $Q = M - N$;
b) Tính giá trị của các đa thức P và Q tại $x = 5$ và $y = 4$.

4B. Cho hai đa thức $M = xy - 3x^2y^2 + x^4 - 5y^3$ và $N = x^4 - 5y^3 - 2x^2y^2 - xy$.

- a) Tìm đa thức $P = M + N$ và $Q = M - N$;
b) Tính giá trị của các đa thức P và Q tại $x = -1$ và $y = -1$.

Dạng 2. Tìm đa thức chưa biết

Phương pháp giải:

- Để tìm đa thức chưa biết khi biết tổng và đa thức còn lại, ta lấy đa thức tổng trừ đi đa thức đã biết.
- Để tìm đa thức bị trừ khi biết đa thức trừ và đa thức hiệu, ta lấy đa thức hiệu cộng với đa thức trừ.
- Để tìm đa thức trừ khi biết đa thức bị trừ và đa thức hiệu, ta lấy đa thức bị trừ trừ đi đa thức hiệu.

5A. Tìm đa thức M biết $M + 3x^2 - 4 + 5x = x^2 - 4x$.

6B. Tìm đa thức N biết $N - 14y^4 + 6y^5 - 3 = -12y^5 + y^4 - 1$.

6A. Tìm đa thức P và Q biết:

- a) $P + x^2 - 2y^2 = x^2 - y^2 + 3xy^2 - 1$;
b) $Q - (5y^2 - xyz) = xy + 2y^2 - 3xyz + 4$.

6B. Tìm đa thức M và N biết :

- a) $M + 5x^2 - 2xy = 6x^2 + 9xy - y^2$;
b) $N - (6x^2 - 4xy) = 7x^2 - 8xy + y^2$.

7A. Tìm A biết :

a) $3ab - b^2a - A = ab + b^2a - 3$;

b) $A + x^2 + 3x + 1 = 3x^2 - x + 3$.

7B. Tìm B biết:

a) $2ab^2 + 5b^2 - B = b^2 - ab^2 + 3$;

b) $B + xy + y^5 + 3x^3 = 5xy - 7y^5 + 3x^3$.

8A. Cho hai đa thức $M = 3x^2yz + 4xy^2z - xyz^2 + x^2y^2z^2 + 3$ và $N = x^2y^2z^2 + 2xyz^2 - 2xy^2z + x^2yz$.

a) Tìm đa thức P sao cho $M + P = N$;

b) Tìm đa thức Q sao cho $M - Q = N$;

c) Tìm đa thức R sao cho $R - M = N$.

8B. Cho hai đa thức $M = x^3y + 2y^3z - 5xz^3 + 6xyz + 15$ và $N = 3xyz + x^3y + 4y^3z + xz^3$.

a) Tìm đa thức P sao cho $M + P = N$;

b) Tìm đa thức Q sao cho $M - Q = N$;

c) Tìm đa thức R sao cho $R - M = N$.

BÀI 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhân đơn thức với đa thức

- Muốn nhân hai đơn thức, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân phần biến với nhau.
- Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích lại với nhau.

$$A.(B + C) = A.B + A.C$$

2. Nhân đa thức với đa thức

- Để nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích lại với nhau.

$$(A + B).(C + D) = A.C + A.D + B.C + B.D$$

- Phép nhân đa thức có các tính chất tương tự phép nhân các số:

+ Tính chất giao hoán: $AB = B.A$;

+ Tính chất kết hợp: $(A.B).C = A.(B.C) = A.B.C$;

+ Tính chất phân phối đối với phép cộng: $A.(B + C) = A.B + A.C$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhân hai đơn thức

Phương pháp giải: Để thực hiện phép nhân hai hay nhiều đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

1A. Nhân hai đơn thức :

a) $-3x^2y$ và $-2xy$;

b) $8xy^8$ và $-4y^3z^5$;

c) $3xy^2$ và $\frac{2}{5}x^2y^3z$;

d) $\frac{1}{2}x^4z$ và $-5xy^4$.

1B. Nhân hai đơn thức:

a) $-xy^3$ và $12xyz^4$;

b) $-\frac{1}{3}x^2y$ và $2xy^3$;

c) $4x^3y$ và $-\frac{1}{2}y^2z$;

d) $-5xy^3z$ và $\frac{3}{5}y^2$.

2A. Nhân hai đơn thức sau và xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức thu được.

a) $2x^3$ và $-\frac{3}{2}yz$;

b) $\frac{2}{3}y^2$ và $-5xyz^3$;

c) $-2x^7$ và $-\frac{5}{4}y^3z$.

2B. Nhân hai đơn thức sau và xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức thu được.

a) $\frac{1}{4}xy^2$ và $-\frac{3}{8}xyz$;

b) $-11y^2z^3$ và $-4x^2yz$;

c) $\frac{3}{10}xy^4z^2$ và $-\frac{15}{7}y^2x$.

Dạng 2. Nhân đơn thức với đa thức

Phương pháp giải: Để thực hiện phép nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích lại với nhau.

3A. Tìm tích của đơn thức và đa thức:

a) $x^2 \cdot \left(5x^3 - x - \frac{3}{4}\right)$;

b) $(3xy - x^3 + y) \cdot \frac{2}{3}x^2yz$;

c) $8xy^4 \cdot (2x^2 + 3y^5 - z)$;

d) $(-2x^2y) \cdot (-3x + 4xy^2 - y^2)$.

3B. Tìm tích của đơn thức và đa thức :

a) $4x^2y \cdot \left(3x^3 + xy^2 - \frac{1}{4}y\right);$

b) $(2x^3 - 3xy + y) \cdot \frac{2}{3}x^2yz;$

c) $(-5x^2y^4) \cdot (2xy + y^2 - yz);$

d) $(3xz + 4xy^2 + z^2)(-2xy).$

4A. Rút gọn biểu thức:

a) $x(x - y) + y(x - y);$

b) $x^2(3x - 2y + y^2) + 3y(x^2 + 4x + 5) - 12xy(xy + 1);$

c) $x^3(2x + 3y) - 4y(x^3 + 3x) + 12xy.$

4B. Rút gọn biểu thức:

a) $x(2x^2 - 3) - x^2(5x + 1) + x^2;$

b) $3x(y - 2) - 5x(1 - x) - 8y(x + y);$

c) $\frac{1}{2}x^2(6y - 3) - x\left(xy + \frac{1}{2}y\right) + (x - 2)y.$

5A. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $P = 5x(x^2 - 3) + x^2(7 - 5x) - 7x^2$ với $x = -3;$

b) $Q = x^2(x^2 - y^2) + y^2(x^2 + y^2)$ với $x = 2, y = -2.$

5B. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $P = 2x^2(x^2 - 2x + 2) - x^3(x - 1)$ với $x = 2;$

b) $Q = 2x^2(y + 2) - 5x(y^2 + 2) + 3xy(y - x)$ với $x = 3, y = -2.$

Dạng 3. Nhân đa thức với đa thức

Phương pháp giải: Để thực hiện phép nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích lại với nhau.

6A. Thực hiện phép tính:

a) $(2x - 1)(3x^2 - 7x + 5);$

b) $(x + y)(3x^3 - 2xy + 7) + 12xy(x^2 + x - y);$

c) $(2y^2 - 6z)\left(\frac{1}{2}y + z\right) + 6yz(y + 2).$

6B. Thực hiện phép tính:

a) $(x^2 - 3x + 9)(x + 2);$

b) $x(xy - 2) + y(xy + 2) - 4xy(x + y);$

c) $(y + 3z)(y^2 - 3yz + 9z^2) - 9z^3.$

7A. Rút gọn đa thức:

a) $(2x - 1)(3x + 2)(3 - x);$

b) $(x - 2)^2 - (x - 3)^2 + (x + 4)^2.$

7B. Rút gọn đa thức:

a) $(2y - 3)(y + 7)(5 - y);$

b) $(2y + 1)^2 - 4y(y + 6) + (3 - y)^2.$

8A. Tìm giá trị của x thỏa mãn: $(x + 1)(2 - x) - (3x + 5)(x + 2) = -4x^2 + 1.$ **8B. Tìm giá trị của y thỏa mãn:** $(3y + 1)(2y - 3) - 6y(y + 2) = 16.$ **Dạng 4. Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến****9A. Rút gọn biểu thức sau để thấy giá trị của nó không phụ thuộc vào giá trị của biến:**

a) $A = (5x - 2)(x + 1) - (x - 3)(5x + 1) - 17(x + 3);$

b) $B = (6x - 5)(x + 8) - (3x - 1)(2x + 3) - 9(4x - 3).$

9B. Rút gọn biểu thức sau để thấy giá trị của nó không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $C = (5y + 7)(y + 4) - (2y + 3)(2y - 2) - (y + 25)y;$

b) $D = (3y - 7)(2y + 5) - (y + 3)(6y + 11) + 4(7y + 2).$

Dạng 5. Chứng minh đẳng thức*Phương pháp giải:*

Cách 1. Biến đổi Vế trái (VT) = Vế phải (VP).

Cách 2. Biến đổi Vế phải (VP) = Vế trái (VT).

Cách 3. Biến đổi cả VT, VP cùng bằng một biểu thức thu gọn.

Cách 4. Chứng minh $VT - VP = 0$ suy ra $VT = VP$.**10A. Chứng minh đẳng thức:**

a) $x(y - z) - y(x + z) + z(x - y) = -2yz;$

b) $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2xz.$

10B. Chứng minh đẳng thức

a) $x(1 - y) + x(x^2 - 1) = x(x^2 - y);$

b) $(x - 1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1.$

BÀI 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Chia đơn thức cho đơn thức**

- Đơn thức A chia hết cho đơn thức $B (B \neq 0)$ khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A .

Ví dụ:

Đơn thức $A = 7x^3y^2z$ chia hết cho đơn thức $B = -3xy^2$ vì mỗi biến của B (biến x và y) đều là biến của A , và số mũ của biến x, y trong B không lớn hơn số mũ của cùng biến đó trong A .

Đơn thức $A = 7x^3y^2z$ không chia hết cho đơn thức $C = xy^3$ vì số mũ của biến y trong C lớn hơn số mũ của biến y trong A .

- Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp chia hết), ta làm như sau:

- + Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B ;
- + Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B ;
- + Nhân các kết quả tìm được với nhau.

2. Chia đa thức cho đơn thức

- Đa thức A chia hết cho đơn thức B nếu mọi hạng tử của A đều chia hết cho B .

- Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Chia đơn thức cho đơn thức**

Phương pháp giải: Để thực hiện phép chia đơn thức cho đơn thức, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Chia hệ số của đơn thức bị chia cho hệ số của đơn thức chia;

Bước 2. Chia lũy thừa của từng biến trong đơn thức bị chia cho lũy thừa của cùng biến đó trong đơn thức chia rồi nhân các kết quả tìm được với nhau.

1A. Thực hiện phép tính chia:

a) $x^5 : x^3$;

b) $24y^8 : 6y^5$;

c) $8x^6y^5z^2 : (-2x^4y^5)$;

d) $\frac{27}{5}x^6y^7z^7 : 9x^3z^7$.

1B. Thực hiện phép tính chia:

a) $y^8 : y^4$;

b) $18x^5 : (-3x^2)$;

c) $65x^9y^5 : 13x^4y^4$;

d) $\frac{1}{3}x^3y^2z^6 : \frac{1}{9}x^3$.

2A. Không thực hiện phép tính chia, hãy nhận xét đơn thức A có chia hết cho đơn thức B hay không?

a) $A = 15x^3y^2$ và $B = 5x^2y^3$;

b) $A = \frac{7}{2}x^5y^5z^4$ và $B = -5x^5y^3$;

c) $A = 3x^5y$ và $B = 2yz$.

2B. Không thực hiện phép tính chia, hãy nhận xét đơn thức A có chia hết cho đơn thức B hay không?

a) $A = 4x^6y^6z^6$ và $B = x^4y^2z^3$; b) $A = -\frac{9}{2}x^{12}y^4z^3$ và $B = -5x^8y^3z$;

c) $A = 3x^5y^8z$ và $B = -3y^2z^2$.

3A. Cho hai đơn thức $A = 18x^{10}y^n$ và $B = -6x^7y^3$. Tìm điều kiện của n để đơn thức A chia hết cho đơn thức B .

3B. Cho hai đơn thức $A = -12x^8y^{2n}$ và $B = 2x^4y^4$. Tìm điều kiện của n để đơn thức A chia hết cho đơn thức B .

Dạng 2. Chia đa thức cho đơn thức

Phương pháp giải: Để thực hiện phép chia một đa thức cho một đơn thức, ta chia mỗi hạng tử của đa thức cho đơn thức rồi cộng các kết quả lại với nhau.

4A. Thực hiện phép chia:

a) $(6.8^4 - 5.8^3 + 8^2) : 8^2$;

b) $(5.9^2 + 3^5 - 2.3^3) : 3^2$.

4B. Thực hiện phép chia:

a) $(12.5^7 - 9.5^{10} + 625) : 5^3$;

b) $(3.8^2 + 4^4 - 2^{12}) : 2^6$.

5A. Thực hiện phép chia:

a) $(x^5 + 12x^4 - 7x^6) : x^3$;

b) $(9y^7 - 4xy^5 + 5x^2y^4z) : (-y^3)$;

c) $(15x^3y^4z^2 - 8x^2y^5z^3 + 3x^4y^6z^3) : 2xy^2z$.

5B. Thực hiện phép chia :

a) $(5x^4 + 27x^9 - 11x^5) : x^4$;

b) $(18x^2y^5 - 7x^3y^3 - 4x^2y^3z) : (-2y^2)$;

$$c) (12x^2y^2z^2 - 6x^2y^5z^3 - 3x^3yz^3) : (-xyz).$$

6A. a) Tìm số tự nhiên n để đa thức $A = -13x^{17}y^{15}z^n + 4x^5z^{12}$ chia hết cho đơn thức $B = x^n z^5$;

b) Với giá trị n vừa tìm được, hãy thực hiện phép chia $A : B$.

6B. a) Tìm số tự nhiên n để đa thức $A = 20x^7y^{2n} - 10x^4y^{3n} + 7x^5y^6$ chia hết cho đơn thức $B = x^{n+1}y^6$;

b) Với giá trị n vừa tìm được, hãy thực hiện phép chia $A : B$.

Dạng 3. Tìm đa thức chưa biết khi biết đơn thức và tích hoặc thương của chúng

Phương pháp giải:

+ Để tìm đa thức chưa biết khi biết đơn thức và tích của chúng, ta lấy đa thức tích chia cho đơn thức đã biết.

+ Để tìm đa thức chưa biết khi biết đơn thức và thương của chúng, ta lấy đa thức thương nhân với đơn thức đã biết.

7A. Tìm đa thức M biết rằng:

$$a) M \cdot \left(\frac{4}{7}x^3\right) = 12x^4y^2 + 4x^3y - 8x^3;$$

$$b) M : (-2xy^2) = 3xy + 5x^2y - 7x$$

7B. Tìm đa thức N biết rằng:

$$a) N \cdot (-4x^2y) = 27x^3y^2 + 15x^2y^2 - 18x^2y^3; \quad b) N : \left(-\frac{1}{2}x^3y\right) = 4x^5 + 8x^3y^2 - 16y^3.$$

ÔN TẬP CHƯƠNG I

1A. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức, biểu thức nào là đa thức?

$$x^2y; x^3 - 4; x - 1 + \frac{1}{x}; x^2yz - ax + b; \frac{4}{5}x + \frac{1}{2}xy^2; \frac{x^2 + 2}{2023^2}; \frac{x^4}{\sqrt{2} + 3}$$

1B. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức, biểu thức nào là đa thức?

$$a^2 + 2ab^3 - c; xy^2 - x^3z; \frac{x^2 + y + 3z^2}{x}; 100x^2y^{100}z^3; \frac{y^3}{\sqrt{2} - 1}; xy; \frac{1}{x}$$

2A. Thu gọn đơn thức rồi xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức thu được:

$$a) 3xy^3 \cdot (-2x^2yz^3); \quad b) -4x^2yz \cdot 3xy^2z^3; \quad c) \left(-\frac{2}{5}xy^2\right) \cdot \left(\frac{5}{6}xyz\right).$$

2B. Thu gọn đơn thức rồi xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức thu được:

a) $-2xy^2 \cdot \frac{3}{4}x^3y^4$; b) $\left(\frac{12}{15}xy^5\right) \cdot \left(\frac{5}{9}x^2z^3\right)$;
c) $(-7a^3b^4) \cdot 3abc^4$.

3A. Tính tổng các đơn thức: $25xy^2$; $3xy^2$; $-15xy^2$.

3B. Tính tổng các đơn thức: $-13xyz^3$; $4xyz^3$; $7xyz^3$.

4A. Thu gọn các đa thức sau:

a) $4x^2y - 3x^2y + 3x^2y - x^2y$;
b) $25xy^3 - xy^3 + 7xy^3$;
c) $4x^2y + 6x^3y^2 - 10x^2y + 4x^3y^2$;
d) $5x^2yz + 8xyz^2 - 3x^2yz - xyz^2 + x^2yz + xyz^2$.

4B. Thu gọn các đa thức sau:

a) $3x^2y - \frac{1}{4}xy + 1 - 3x^2y + \frac{3}{4}xy + 6x^2y$;
b) $4xy^2z^2 + 21xy^2z^2 - 11xy^2z^2$
c) $5x^2yz^3 + 8xy^2z - 3x^2yz^3 + 4xy^2z$;
d) $-\frac{1}{3}x^2 + 2xy - 3\frac{1}{3}x^2 + 6xy - y^2z + x^2$.

5A. Cho biểu thức $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + y^2) + 2x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3$

a) Rút gọn biểu thức đã cho;

b) Tính giá trị của biểu thức với $x = -\frac{1}{2}$; $y = -\frac{1}{2}$.

5B. Cho biểu thức $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x + y) - 2x^3y - 3x^2y^2 - 2xy^3$:

a) Rút gọn biểu thức đã cho;

b) Tính giá trị của biểu thức với $x = -1$; $y = -1$.

6A. Tìm x biết:

a) $-2x(x + 3) + x(2x - 1) = 10$;
b) $\left(\frac{2}{3}x\right)\left(\frac{9x}{2} + \frac{1}{4}\right) - (3x^2 + x + 2) = 3$;
c) $(2x + 3)(x + 4) + (x - 5)(x - 2) = (3x - 5)(x - 4)$.

6B. Tìm x biết:

a) $3x(x-5) - x(3x-7) = 16;$

b) $-2x^2 + 3x + 6 + \left(\frac{5}{7}x\right)\left(\frac{14x}{5} + 21\right) = 9;$

c) $(x+1)(4x+3) + (x+2)(x+3) = (5x-1)(x-1) + 28.$

7A. Cho các đa thức:

$$P = 3x^2y - 2x + 5xy^2 - 7y^2 \text{ và } Q = 3xy^2 - 7y^2 - 9x^2y - x - 5.$$

Tìm đa thức M sao cho:

a) $M - P + Q = 0;$ b) $M - P - Q = 0.$

7B. Cho các đa thức:

$$A = 2x^3 - 4x^2y + 1\frac{1}{3}xy^2 - y^4 + 1 \text{ và } B = -2x^3 - 1\frac{1}{2}x^2y - y^4 - 3.$$

Tìm đa thức C sao cho:

a) $C - A + B = 0;$ b) $M - A - B = 0$

8A. Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x :

a) $(x-1)(x^2+x+1) - (x+1)(x^2-x+1);$

b) $(3x-5)(2x+11) - (2x+3)(3x+7).$

8B. Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x :

a) $(x^2-1)(x^2+1) - (x+1)(x^3-x^2+x-1);$

b) $(x+5)(2x-3) - (2x+1)(x+3).$

9A. Tìm đơn thức A biết rằng $84x^4y^8 : A = 14x^2y^6.$

9B. Tìm đơn thức B biết rằng $15x^5y^3 : B = 5x^4y.$

10A. Tìm các giá trị nguyên của n để hai đơn thức $A = 5x^3y^{3n+1}$ và $B = -2x^{3n}y^5$ đồng thời chia hết cho đơn thức $C = x^n y^4.$

10B. Tìm các giá trị nguyên của n để hai đơn thức $A = 12x^{2n}y^{12-3n}$ và $B = 3x^3y^7$ đồng thời chia hết cho đơn thức $C = 3x^3y^4.$

11A. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = (15x^5y^3 - 10x^3y^2 + 20x^4y^4) : 5x^2y$ với $x=1; y=-2;$

b) $B = (4x^4y^2 + 3x^4y^3 - 6x^3y^2) : (-x^2y^2)$ với $x=y=-2.$

11B. Tính giá trị của biểu thức:

a) $C = (-2x^2y^2 + 4xy - 6xy^3) : xy$ với $x = 2; y = -2$;

b) $D = \left(\frac{4}{3}x^2y^5 - \frac{2}{3}x^5y^2\right) : \left(\frac{2}{9}x^2y^2\right)$ với $x = y = 1$.

CHỦ ĐỀ 2: MỘT SỐ HẸNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ**BÀI 1. HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG.****BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Hằng đẳng thức: Nếu hai biểu thức (đại số) A và B luôn cùng nhận một giá trị với mọi giá trị của biến thì ta nói $A = B$ là một đồng nhất thức hay là một hằng đẳng thức.

Ví dụ: $(x + y) + (x - y) = 2x$ (1)

$(x + y) - (x - y) = x - y$ (2)

Trong ví dụ trên (1) là hằng đẳng thức, (2) không phải hằng đẳng thức.

2. Một số hằng đẳng thức quan trọng

2.1. Hiệu hai bình phương: $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.

2.2. Bình phương của một tổng: $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

2.3. Bình phương của một hiệu: $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Hoàn thành các hằng đẳng thức**

Phương pháp giải: Biến đổi các biểu thức về dạng hằng đẳng thức đã biết

1A. Viết các đa thức sau thành tích:

a) $x^2 - 4y^2$;

b) $9x^2 - 4$;

c) $x^4 - y^4$.

1B. Viết các đa thức sau thành tích:

a) $9x^2 - z^2$;

b) $16 - x^2$;

c) $(x + 2)^2 - y^2$.

2A. Khai triển:

a) $(2x + 1)^2$;

b) $(3x - 2)^2$;

c) $(5x + 2y)^2$.

2B. Khai triển:

a) $(3x + 4)^2$;

b) $(10 - 3x)^2$;

c) $(4x - 3y)^2$.

3A. Viết các đa thức sau thành bình phương của một tổng hay một hiệu:

a) $x^2 + 4x + 4$; b) $x^2 + 6xy + 9y^2$; c) $z^2 - z + \frac{1}{4}$.

3B. Viết các đa thức sau thành bình phương của một tổng hay một hiệu:

a) $4x^2 + 4x + 1$; b) $9x^2 - 6x + 1$; c) $z^2 + z + \frac{1}{4}$.

4A. Điền biểu thức vào chỗ ... để được các hằng đẳng thức:

a) $x^2 - y^2 = (x - y)(\dots)$; b) $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + \dots)^2$;
c) $(z - 5)^2 = z^2 - \dots + \dots$; d) $(x + \dots)^2 = x^2 + 10x + \dots$.

4B. Điền biểu thức vào chỗ ... để được các hằng đẳng thức:

a) $x^2 - (3y)^2 = (x + 3y)(\dots)$; b) $(2x + 1)^2 = \dots + 4x + \dots$;
c) $9y^2 - 6yz + z^2 = (\dots)^2$; d) $(\dots - 4)^2 = y^2 - 8y + \dots$.

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức, rút gọn biểu thức

Phương pháp giải:

- Đối với biểu thức số: Sử dụng các hằng đẳng thức đã biết để đưa phép tính về các phép tính với số tròn chục, tròn trăm... để dễ dàng hơn trong việc tính toán

- Đối với biểu thức chứa biến: Sử dụng các hằng đẳng thức đã biết cùng với các phép tính: cộng, trừ, nhân các đa thức để rút gọn biểu thức.

5A. Tính nhanh:

a) $102^2 - 98^2$; b) 103.97 ; c) 1001^2 ; d) 999^2

5B. Tính nhanh:

a) $203^2 - 197^2$; b) 302.298 ; c) 201^2 ; d) 198^2

6A. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = x^2 - 4$ tại $x = 102$; b) $B = x^2 + 6x + 9$ tại $x = 997$;
c) $C = 4x^2 - 4xy + y^2$ tại $x = 39; y = -2$.

6B. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = (a - b)(a + b)$ tại $a = 30; b = 2$;
b) $B = x^2 + x + \frac{1}{4}$ tại $x = 39,5$;
c) $C = 9x^2 - 6xy + y^2$ tại $x = 16; y = -2$.

7A. Rút gọn các biểu thức:

a) $(x + 3)^2 - x^2 + 5x - 9$; b) $(x + 4)^2 - (x - 4)^2$;

c) $x(x-5) + (x-5)^2 - 2x^2 + 15$.

7B. Rút gọn các biểu thức:

a) $x^2 - (x-1)^2 + 8x$;

b) $(2x-3)^2 + (2x+3)^2$;

c) $(4-x)^2 + x(2x-3) - 16$.

Dạng 3. Các dạng khác

8A. Tìm các hằng đẳng thức trong các đẳng thức sau:

a) $2x-3=3x-2$;

b) $x^2 - 2x = x(x-2)$;

c) $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$;

d) $x^2 - 4xy + 4y^2 = (x+2y)^2$.

8B. Tìm các hằng đẳng thức trong các đẳng thức sau:

a) $3x-4=2x+4$;

b) $y^2 + 3y = y(y+3)$;

c) $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$;

d) $(2x-y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$.

9A. Tìm x biết:

a) $(x+5)^2 - (x-5)^2 - 2x + 1 = 0$;

b) $(2x-7)^2 - (x+3)^2 = 3x^2 + 6$;

c) $(3x+2)^2 - 9(x-5)(x+5) = 225 - 5x$.

9B. Tìm x biết:

a) $(4x-1)^2 - 4(2x-3)^2 - x - 4 = 0$;

b) $x(x-5) - (4-x)^2 = 7x + 1$;

c) $(2x-6)(x+3) = 2(x-3)^2$.

10A. Chứng minh các biểu thức sau luôn có giá trị dương với mọi giá trị của biến:

a) $M = x^2 + 4x + 10$;

b) $N = 5x^2 + 10x + 6$;

c) $P = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 2$;

d) $Q = 3x^4 + 2x^2 + 1$.

10B. Chứng minh các biểu thức sau luôn có giá trị âm với mọi giá trị của biến:

a) $D = -x^2 - 2x - 6$;

b) $E = -2x^2 + 4x - 15$;

c) $F = -x^4 + 4x^2 - 6$.

c) $G = -\frac{3}{4}x^4 - 3x^2 - 6$.

11A. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n , ta có:

$$(n+3)^2 - n^2 \text{ chia hết cho } 3.$$

11B. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n , ta có:

$$(n-5)^2 - n^2 \text{ chia hết cho } 5 \text{ và không chia hết cho } 2.$$

BÀI 2. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Lập phương của một tổng: $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$.

2. Lập phương của một hiệu: $(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Hoàn thành các hằng đẳng thức

Phương pháp giải: Biến đổi các biểu thức về dạng hằng đẳng thức đã biết.

1A. Khai triển:

a) $(2x+1)^3$;

b) $(4-3x)^3$.

1B. Khai triển:

a) $(2+3x)^3$;

b) $(x-2y)^3$.

2A. Viết các đa thức sau thành lập phương của một tổng hay một hiệu:

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$;

b) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$.

2B. Viết các đa thức sau thành lập phương của một tổng hay một hiệu:

a) $y^3 + y^2 + \frac{1}{3}y + \frac{1}{27}$

b) $\frac{y^3}{8} - \frac{3}{4}y^2z + \frac{3}{2}yz^2 - z^3$.

3A. Điền biểu thức vào chỗ ... để được các hằng đẳng thức:

a) $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + \dots + \dots$;

b) $(x-2)^3 = \dots - 6x^2 + \dots - 8$;

c) $(x+\dots)^3 = x^3 + 6x^2 + \dots + \dots$;

d) $(\dots - y)^3 = 27 - 27y + \dots - \dots$.

3B. Điền biểu thức vào chỗ ... để được các hằng đẳng thức:

a) $(x+3)^3 = x^3 + 9x^2 + \dots + \dots$;

b) $(2x-1)^3 = \dots - 12x^2 + \dots - 1$;

c) $(y+\dots)^3 = y^3 + \dots + \frac{3}{4}y + \dots$;

d) $(\dots - 2z)^3 = 1 - 6z + \dots - \dots$.

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức, rút gọn biểu thức

Phương pháp giải:

- Đối với biểu thức số: Sử dụng các hằng đẳng thức đã biết, đưa phép tính về các phép tính với số tròn chục, tròn trăm... để dễ dàng hơn trong việc tính toán.

- Đối với biểu thức chứa biến: Sử dụng các hằng đẳng thức đã biết cùng với các phép tính: cộng, trừ, nhân các đa thức để rút gọn biểu thức.

4A. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ tại $x = 98$;

b) $B = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ tại $x = 203$;

c) $C = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ tại $x = 101$;

4B. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 8y^3 + 36y^2 + 54y + 27$ tại $y = -\frac{3}{2}$;

b) $B = 27y^3 - 54y^2 + 36y - 8$ tại $y = \frac{1}{3}$;

c) $C = x^3 + 6x^2 + 12x + 10$ tại $x = 98$.

5A. Rút gọn biểu thức:

a) $(x+1)^3 - x^3 + 3x^2 + 5$;

b) $(x+2)^3 - (x-2)^3$;

c) $-x^3 + 2x^2 - (3-x)^3 - 27x + 27$.

5B. Rút gọn biểu thức:

a) $(x-2)^3 - x^3 - x^2 + 8$;

b) $(1-2x)^3 - (1+2x)^3$;

c) $x^3 + (2-x)^3 + 6x^2 + 12x$.

Dạng 3. Các dạng khác

6A. Tìm x biết:

a) $(x+1)^3 - (x-1)^3 - 6x^2 + 2x = 0$; b) $(2x-1)^3 - 2x(2x+1)^2 = 5x - 20x^2$.

6B. Tìm x biết:

a) $(2-x)^3 + (2+x)^3 - 12x(x+1) = 0$; b) $(x-3)^3 + x^2(x+2) = 2x^3 - 7x^2 - 9$.

7A. Chứng minh các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $A = (x+2)^3 - (x-2)^3 - 12x^2 + 25$;

b) $B = (2x-1)^3 + 2(x+2)^3 - 10x(x-2)(x+2) - 70x$.

7B. Chứng minh các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $C = x^3 + (x+1)^3 - 2x(x-1)^2 - 7x^2 - x$;

b) $D = (x-3)^3 - x(x-5)(x+5) + 9x^2 - 52x$.

8A. Tìm đa thức $f(x)$ biết $f(x-1) = x^3 + 3x + 1$.

8B. Tìm đa thức $g(x)$ biết $g(x+2) = x^3 - 3x^2 + 2$.

BÀI 3. TỔNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng hai lập phương: $A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$.

2. Hiệu hai lập phương: $A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Hoàn thành các hằng đẳng thức

Phương pháp giải: Biến đổi các biểu thức số về dạng hằng đẳng thức đã biết.

1A. Viết các đa thức sau thành tích của hai đa thức khác:

a) $x^3 + 8$;

b) $8y^3 - 27$.

1B. Viết các đa thức sau thành tích của hai đa thức khác:

a) $8x^3 + 1$;

b) $27x^3 - 64y^3$.

2A. Tính:

a) $(x+3)(x^2 - 3x + 9)$;

b) $(4-3x)(9x^2 + 12x + 16)$.

2B. Tính:

a) $(1+2x)(1-2x+4x^2)$;

b) $(2x-3)(4x^2 + 6x + 9)$.

3A. Điền biểu thức vào chỗ ... để được các hằng đẳng thức:

a) $x^3 + \dots^3 = (\dots + y)(x^2 - \dots + \dots)$;

b) $\dots^3 - 8y^3 = (x - \dots)(\dots + \dots + 4y^2)$.

3B. Điền biểu thức vào chỗ ... để được các hằng đẳng thức:

a) $(2x)^3 + \dots^3 = (\dots + y)(\dots - 2xy + \dots)$;

b) $\dots^3 - y^3 = (\dots - \dots)(9x^2 + \dots + \dots)$.

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức, rút gọn biểu thức

Phương pháp giải:

- Đối với biểu thức số: Sử dụng các hằng đẳng thức đã biết, đưa phép tính về các phép tính với số tròn chục, tròn trăm... để dễ dàng hơn trong việc tính toán.

- Đối với biểu thức chứa biến: Sử dụng các hằng đẳng thức đã biết cùng với các phép tính: cộng, trừ, nhân các đa thức để rút gọn biểu thức.

4A. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$ tại $x=10$; b) $B = (1-2x)(4x^2 + 2x + 1)$ tại $x=50$.

4B. Tính giá trị của biểu thức:

a) $M = (3x+2)(9x^2 - 6x + 4)$ tại $x = \frac{4}{3}$;

b) $N = (x-2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$ tại $x=5; y=1,5$.

5A. Rút gọn biểu thức:

a) $(x+1)(x^2 - x + 1) - (x+3)(x^2 - 3x + 9)$;

b) $(y+2)(y^2 - 2y + 4) + (5-y)(25 + 5y + y^2)$.

5B. Rút gọn biểu thức:

a) $(x+2)(x^2 - 2x + 4) - (1-3x)(1+3x+9x^2)$;

b) $(x+y)(x^2 - xy + y^2) + (2y-x)(x^2 + 2xy + 4y^2)$.

Dạng 3. Các dạng khác

6A. Tìm x biết:

a) $(x+1)(x^2 - x + 1) - x^3 + 2x = 0$;

b) $(x-5)(x^2 + 5x + 25) - (x+3)(x^2 - 3x + 9) = 2 - 3x$.

6B. Tìm x biết:

a) $x^3 - (x+2)(x^2 - 2x + 4) + 3x = 0$;

b) $(x-3)(x^2 + 3x + 9) - x(x-4)(x+4) = 5x$.

7A. Chứng minh các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $I = x^3 + 27 - (x+2)(x^2 - 2x + 4)$;

b) $J = (1-3x)(1+3x+9x^2) + 27(x-1)(x^2 + x + 1)$.

7B. Chứng minh các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $K = 8x^3 + 10 - (2x+1)(4x^2 - 2x + 1)$;

b) $L = 2(4-x)(x^2 + 4x + 16) + 2(x+1)(x^2 - x + 1)$.

BÀI 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Phân tích một đa thức thành nhân tử (*thừa số*) là biến đổi đa thức đó thành tích của các đa thức khác.

2. Các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử:

- 2.1. Phương pháp đặt nhân tử chung.
- 2.2. Phương pháp sử dụng hằng đẳng thức.
- 2.3. Phương pháp nhóm hạng tử.
- 2.4. Các phương pháp khác.

II. CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG****A. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN****Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử**

Phương pháp giải:

- Nếu tất cả các hạng tử của đa thức có một nhân tử chung thì đa thức đó biểu diễn được thành một tích của nhân tử chung đó với một đa thức khác:
 $AB + AC + \dots = A(B + C + \dots)$.

- Nhân tử chung được xác định như sau:

+ Phần hệ số thường là ƯCLN của các hệ số (trong trường hợp hệ số là số nguyên).

+ Phần biến là các biến chung có mặt trong tất cả các hạng tử với số mũ lớn nhất.

1A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $4x - 12$; b) $x^2 - 6x$; c) $2y^2 - 5y^3$; d) $3x^2y - 6xy^2$.

1B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $2y - 6$; b) $5x^2 - 10x^3$; c) $3x^4 - 27x^3$; d) $-8x^3y - 16xy^3$.

2A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $2x(x - 2) + 3(x - 2)$; b) $-3(2x + 1) + 5x(2x + 1)$;
c) $4x(7x - 3) - 5(3 - 7x)$; d) $x(2x - y) + 4(y - 2x)$.

2B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x(y-3)+5(y-3);$

b) $y(3+4x)+2x(4x+3);$

c) $2y(3y-5)-9(5-3y);$

d) $2y(2x-y)-6z(y-2x).$

3A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x(x+4)+4y(x+4)+5(x+4);$

b) $5x(2x+3)+6x+9;$

c) $4x-16+3y(4-x).$

3B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $12(y-3)+6y(y-3)-9(3-y);$

b) $20x(3x+7)+63+27x$

c) $6y-54+y(18-2y).$

Dạng 2. Tìm đại lượng chưa biết

Phương pháp giải:

- Phân tích đa thức thành nhân tử để đưa đẳng thức đã cho về dạng: $AB=0$.

- Suy ra $A=0$ hoặc $B=0$ rồi biến đổi để tìm x (hoặc $y, z, \dots$).

4A. Tìm x biết:

a) $x^2-6x=0;$

b) $2x^3+10x^2=0;$

c) $x(x-5)+3(x-5)=0;$

d) $2x(x-8)-5(8-x)=0.$

4B. Tìm x biết:

a) $30x-15x^2=0;$

b) $-4x^3-12x=0;$

c) $3x(2x-1)+6(2x-1)=0;$

d) $15x(x-6)-45(6-x)=0.$

5A. Tìm các số nguyên $x; y$ biết:

a) $x(y-5)-6(y-5)=0;$

b) $4y(x-3)-2x+6=0.$

5B. Tìm các số nguyên $x; y$ biết:

a) $2x(2y-14)-8(y-7)=0;$

b) $15x(y+4)-60y-240=0.$

Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức

Phương pháp giải: Dùng phương pháp đặt nhân tử chung để đưa biểu thức về dạng AB trong đó A hoặc B tròn chục, tròn trăm, ... hoặc dễ tính toán hơn.

6A. Tính nhanh:

a) $36.123 + 64.123$;

b) $12,5.155 - 12,5.55$;

c) $6,3.124 + 63,7,6$;

d) $22.321 + 22.456 + 11.446$.

6B. Tính nhanh:

a) $234.82 + 18.234$;

b) $987.129 - 29.987$;

c) $135.23,5 + 13,5.765$;

d) $136.24 + 24.445 - 12.162$.

7A. Với n là một số nguyên dương, cho biết :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Áp dụng để tính giá trị của biểu thức $A = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 333$.**7B. Với n là một số nguyên dương, cho biết :**

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Áp dụng để tính giá trị của biểu thức $B = 4 + 8 + 12 + 16 + \dots + 4444$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

1A. Tính nhanh:

a) $103^2 - 97^2$;

b) $556^2 - 553.559$;

c) $456^2 + 456.88 + 44^2$.

1B. Tính nhanh:

a) 202.198 ;

b) $662.668 - 665^2$;

c) $678^2 - 356.678 + 178^2$.

2A. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 4x^2 - 4x + 1$ tại $x = 5,5$;

b) $B = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$ tại $x = 12$;

c) $C = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ tại $x = 19; y = 39$.

2B. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = y^2 - 12y + 36$ tại $y = 16$;

b) $B = 27x^3 + 27x^2 + 9x + 11$ tại $x = \frac{19}{3}$;

c) $C = 8y^3 - 36yz^2 + 54yz^2 - 27z^3$ tại $y = 50; z = 33$.

3A. Rút gọn biểu thức:

a) $(2x - 5)^2 - 4x(x + 3);$

b) $(x - 2)^3 - 6(x + 4)(x - 4) - (x - 2)(x^2 + 2x + 4);$

c) $(x - 1)^2 - 2(x - 1)(x + 2) + (x + 2)^2 + 5(2x - 3).$

3B. Rút gọn biểu thức:

a) $(2 - 3x)^2 - 5x(x - 4) + 4(x - 1);$

b) $(3 - x)(x^2 + 3x + 9) + (x - 3)^3$

c) $(x - 4)^2(x + 4) - (x - 4)(x + 4)^2 + 3(x^2 - 16).$

4A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $5x - 25;$

b) $2x^2 - 6x;$

c) $2y^2 - 8x^2;$

d) $3x^2 - 6xy + 3y^2.$

4B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $20 - 4y;$

b) $3x^3 - 12x^2;$

c) $50x^2 - 2z^2;$

d) $-8x^2 + 8xy - 2y^2.$

5A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x(x - 5) + 6(x - 5);$

b) $10(2x - 3) - x(3 - 2x);$

c) $6x(x - 4)^2 - 12(4 - x)^2;$

d) $8x(x^2 - y^2) - 4x^2(x - y).$

5B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x(3 - 4x) + 5(3 - 4x);$

b) $2y(5y - 6) - 4(6 - 5y);$

c) $27(x - 2)^3 - 3x(2 - x)^2;$

d) $6y(x^2 - y^2) - 8y(x + y)^2.$

6A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 - xy + 2xz - yz;$

b) $x^2 - x + 2y - 4y^2.$

c) $y^2 + 10y - 9z^2 + 25;$

d) $(x + 2y)^3 - x^2 + 4y^2.$

6B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $5x^2 - 10xz + xy - 2yz;$

b) $9x^2 - 3x - y^2 + y.$

c) $y^2 - z^2 + 12z - 36;$

d) $2y^2 - 8z^2 + (y - 2z)^3.$

7A. Tìm x biết:

a) $6x^2 - 72x = 0;$

b) $-2x^4 + 16x = 0;$

c) $x(x - 5) - (x - 3)^2 = 0;$

d) $(x - 2)^3 - (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$

7B. Tìm x biết:

a) $10x^2 - 2x^3 = 0$;

b) $3x^3 - 27x = 0$;

c) $2x(2x - 7) - (2x + 5)^2 = 0$;

d)

$$(2x - 1)^3 - 8x(x - 3)(x + 3) = -1$$

8. Tính nhanh:

a) $M = (100^2 + 98^2 + \dots + 4^2 + 2^2) - (101.99 + 99.97 + \dots + 5.3 + 3.1)$;

b) $N = (100^2 + 98^2 + \dots + 4^2 + 2^2) - (99^2 + 97^2 + \dots + 3^2 + 1^2)$.

9. Chứng minh các đẳng thức:

a) $(x + 2y)^3 - (x - 2y)^3 = 4y(3x^2 + 4y^2)$;

b) $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) - (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) = -2y^3$;

c) $(x + y)^2 - (2x + 2y)(x - 3y) + (x - 3y)^2 = 16y^2$;

d) $(x + y + z)^2 - (x + y - z)^2 = 4z(x + y)$;

10. Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $A = (x + 3)^3 - (x - 3)^3 - 18(x - 1)(x + 1)$;

b) $B = (3x + 2)^2 - (6x - 4)(3x + 2) + (3x - 2)^2$;

c) $C = (x^2 + y)^2 - (x^2 + y)(x^2 - y) - 2y(x^2 + y)$;

d) $D = (x + 1)^2 - (x + 2)^2 - (x + 3)^2 + (x + 4)^2$.

11. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x(x - 7) + 2xy - 14y$;

b) $9(2x - 5)^2 + 15x - 6x^2$;

c) $6x^2 - 12x + 6$;

d) $-20x^2 + 60xy - 45y^2$;

e) $2xy^3 - 16x^4$;

f) $3x^4 - 48$;

g) $x^2 - z^2 + 4xy + 4y^2$;

h) $x^2 - z^2 + 2xy - 6zt + y^2 - 9t^2$.

12. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 12x + 20$;

b) $2x^2 - x - 15$;

c) $x^3 - x^2 + x - 1$;

d) $2x^3 - 5x - 6$;

e) $4y^4 + 1$;

f) $x^7 + x^5 + x^3$;

g) $(x^2 + x)^2 - 5(x^2 + x) + 6$;

h) $(x^2 + 2x)^2 - 2(x + 1)^2 - 1$.

i) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 4(x + 2y) + 3$;

j) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 3$.

13. Tìm x biết:

a) $4x^2 + 7x = 0$;

b) $48x - 6x^4 = 0$;

c) $(x-1)^3 - x(x-2)^2 = -1$;

d)

$2(x-5)(x+5) + (x-6)^2 + 14 = 0$

e) $x^2 - x - 2 = 0$;

f) $3x^2 + 5x - 12 = 0$

14. Tìm x, y biết:

a) $4x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$;

b) $4x^2 + y^2 + 4x - 2y = -2$;

c) $x^2 + 2y^2 + 2xy - 10y + 25 = 0$;

d)

$2x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 4y = -13$.

15. Tìm các số nguyên x, y biết:

a) $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$;

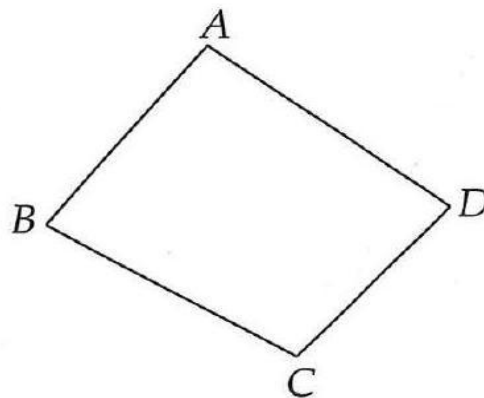
b) $x^2 + 4y^2 - 2x + 12y + 1 = 0$.

CHỦ ĐỀ 3: TỨ GIÁC

BÀI 1. TỨ GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó không có hai đoạn thẳng nào nằm trên cùng một đường thẳng.



Trong tứ giác $ABCD$, các điểm A, B, C, D là các đỉnh; các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA là các cạnh.

2. Tứ giác lồi là tứ giác mà hai đỉnh thuộc một cạnh bất kì luôn nằm về một phía của đường thẳng đi qua hai đỉnh còn lại.

* **Chú ý:** Khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.

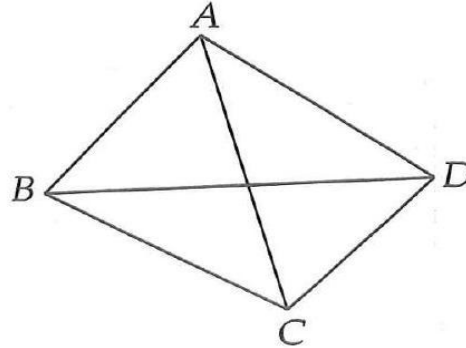
3. Trong tứ giác lồi $ABCD$, các góc ABC, BCD, CDA và DAB gọi là các góc của tứ giác. Kí hiệu đơn giản lần lượt là B, C, D, A .

4. Trong tứ giác $ABCD$:

- Hai đỉnh không cùng thuộc một cạnh gọi là hai đỉnh đối nhau. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau là một đường chéo.

- Các cặp cạnh AB và CD ; AD và BC là các cặp cạnh đối.

- Các cặp góc A và C , cặp góc B và D là các cặp góc đối.

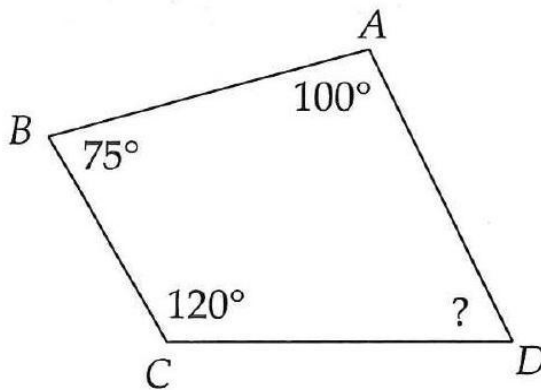


5. Định lí: Tổng các góc của một tứ giác bằng 360° .

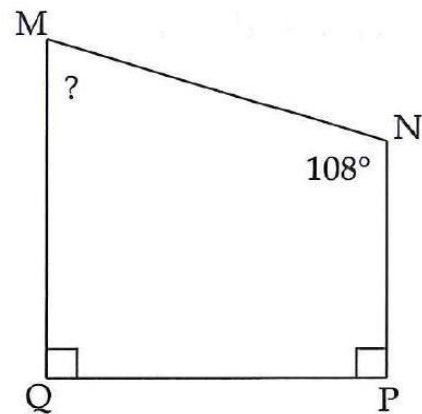
II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo góc

1A. Tính các góc chưa biết của các tứ giác trong hình dưới đây:

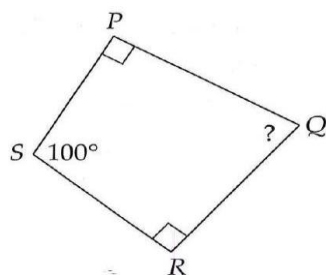


Hình 1

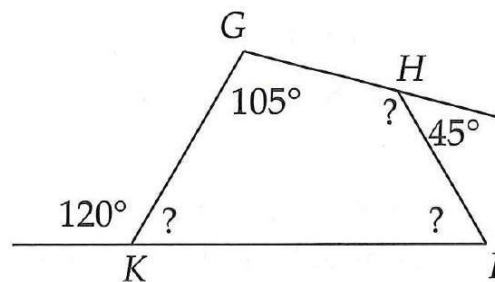


Hình 2

1B. Tính các góc chưa biết của các tứ giác trong hình dưới đây:

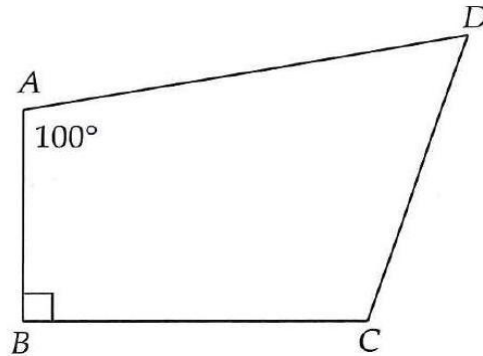


Hình 3

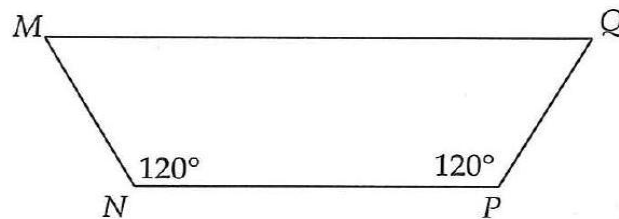


Hình 4

2A. Tính các góc chưa biết của tứ giác $ABCD$ trong hình dưới đây, biết rằng $C = D + 46^\circ$.



2B. Tính các góc chưa biết của tứ giác $MNPQ$ trong hình dưới đây, biết rằng $M = Q$.



3A. Cho tứ giác $ABCD$ biết $A:B:C:D = 4:3:2:1$. Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$.

3B. Cho tứ giác $ABCD$ biết $\frac{A}{5} = \frac{B}{8} = \frac{C}{13} = \frac{D}{10}$. Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$.

Dạng 2. Tìm mối liên hệ giữa các cạnh, góc và đường chéo của tứ giác

4A. Cho tứ giác $ABCD$. Hai cạnh AD và BC cắt nhau tại E , hai cạnh DC và AB cắt nhau tại F . Kẻ tia phân giác của các góc CED và BFC , các tia phân giác này

cắt nhau tại I . Chứng minh $\angle EIF = \frac{B + D}{2}$.

4B. Cho tứ giác $ABCD$ có $B + D = 180^\circ$ và $CB = CD$. Chứng minh AC là tia phân giác của góc BAD .

5A. Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh:

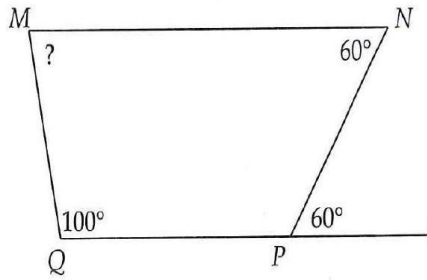
- Tổng hai cạnh đối nhỏ hơn tổng hai đường chéo.
- Tổng hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi và nhỏ hơn chu vi tứ giác.

5B. Cho tứ giác $ABCD$ và điểm M nằm trong tứ giác. Chứng minh:

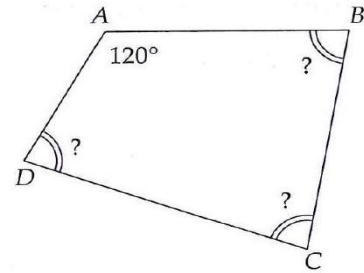
- $MA + MB + MC + MD \geq AB + CD$.

b) $MA + MB + MC + MD \geq \frac{1}{2} \cdot (AB + BC + CD + DA)$.

6. Tính các góc chưa biết của các tứ giác trong hình dưới đây:



Hình 5



Hình 6

7. Cho tứ giác $ABCD$ có $B + C = 200^\circ$; $B + D = 180^\circ$; $C + D = 120^\circ$.

a) Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$.

b) Gọi I là giao điểm của các tia phân giác của các góc BAD và ABC của tứ giác.

Chứng minh $\angle AIB = \frac{C + D}{2}$.

BÀI 2. HÌNH THANG CÂN

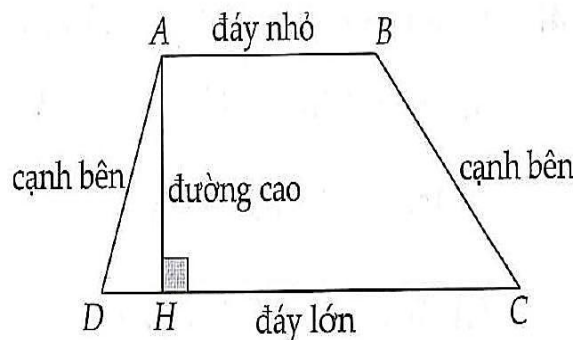
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Ở hình bên là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$).

Hai cạnh song song gọi là hai đáy, hai cạnh còn lại gọi là hai cạnh bên của hình thang.

Đường vuông góc AH kẻ từ A đến CD gọi là một đường cao của hình thang $ABCD$.

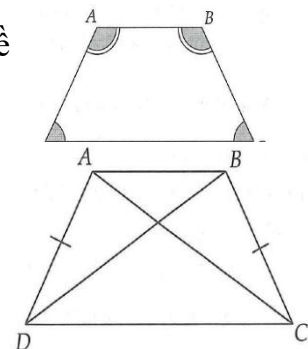


2. Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Trong hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$): hai góc A, B kề đáy nhỏ AB , $A = B$; hai góc C, D kề đáy lớn CD , $C = D$.

3. Các tính chất của hình thang cân:

- Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.
- Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.



4. Dấu hiệu nhận biết hình thang cân: Nếu một hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì hình thang đó là hình thang cân.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo góc, độ dài cạnh và các yếu tố khác của hình thang, hình thang cân

1A. Cho hình thang cân $ABCD (AB // CD)$ có $A = 2.C$. Tính số đo các góc của hình thang cân $ABCD$.

1B. Cho hình thang cân $ABCD (AB // CD)$ có $A = 3.D$. Tính số đo các góc của hình thang cân $ABCD$.

2A. Cho hình thang cân $ABCD (AB // CD, AB < CD)$ có các đường cao AH và BK .

Chứng minh: $DH = \frac{CD - AB}{2}$.

2B. Cho hình thang cân $ABCD (AB // CD)$ có $A = B = 60^\circ$ và $AB = 8 \text{ cm}$. Kẻ các đường cao AH và BK của hình thang cân $ABCD$. Biết $CK = 2 \text{ cm}$. Tính các góc còn lại và độ dài đáy CD của hình thang cân $ABCD$.

Dạng 2. Chứng minh tứ giác là hình thang, hình thang cân

3A. Tứ giác $ABCD$ có $BC = CD$ và DB là tia phân giác của D . Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình thang.

3B. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Về phía ngoài tam giác ABC , dựng tam giác ACD vuông cân tại D . Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

4A. Cho tam giác ABC cân tại A có các đường trung tuyến BD và CE . Chứng minh $BDCE$ là hình thang cân.

4B. Cho tam giác ABC cân tại A có các đường cao BH và CK . Chứng minh $BCHK$ là hình thang cân.

Dạng 3. Chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau, các góc bằng nhau dựa vào hình thang cân

5A. Cho hình thang cân $ABCD (AB // CD, AB < CD)$. Gọi O là giao điểm của AD và BC ; gọi E là giao điểm của AC và BD . Chứng minh:

a) Tam giác AOB cân tại O ;

b) $\triangle ABD = \triangle BAC$;

c) $EC = ED$;

d) OE là đường trung trực của cả đoạn thẳng AB và đoạn thẳng CD .

5B. Cho tam giác ABC cân tại A và điểm M tùy ý nằm ở miền trong tam giác ABC . Kẻ tia Mx song song với BC sao cho tia Mx cắt cạnh AB ở D . Kẻ tia My song

song với AC sao cho My cắt BC ở E . Chứng minh: $\angle DME = 90^\circ + \frac{A}{2}$

6. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $A = 3D, B = C$. Chứng minh BC vuông góc với CD .

7. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có đáy nhỏ AB bằng cạnh bên BC . Chứng minh CA là tia phân giác của $\angle BCD$.

BÀI 3. HÌNH BÌNH HÀNH

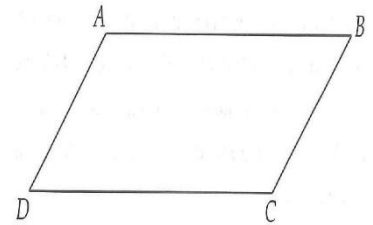
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

2. Tính chất của hình bình hành:

Trong hình bình hành:

- a) Các cạnh đối bằng nhau;
- b) Các góc đối bằng nhau;
- c) Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



3. Dấu hiệu nhận biết hình bình hành theo cạnh:

- a) Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là một hình bình hành.
- b) Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là một hình bình hành.

4. Dấu hiệu nhận biết hình bình hành theo góc và đường chéo:

- a) Tứ giác có các góc đối bằng nhau là một hình bình hành.
- b) Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là một hình bình hành.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng tính chất của hình bình hành để chứng minh các quan hệ hình học

1A. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E là trung điểm của AD , F là trung điểm của BC . Chứng minh: $BE \parallel DF$ và $\angle ABE = \angle CDF$.

1B. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > BC$. Tia phân giác của góc $\angle ADC$ cắt cạnh AB ở E , tia phân giác của góc $\angle ABC$ cắt cạnh CD ở F . Chứng minh $DE \parallel BF$ và

$$DE = BF.$$

Dạng 2. Chứng minh tứ giác là hình bình hành

2A. Cho hình bình hành $ABCD$. Hạ AH và CK vuông góc với BD (H, K thuộc BD). Chứng minh tứ giác $AHCK$ là hình bình hành.

2B. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Qua điểm O vẽ một đường thẳng m cắt các đường thẳng AD, BC lần lượt tại E, F . Qua điểm O vẽ một đường thẳng n cắt các cạnh AB, CD lần lượt tại K, H . Chứng minh $EKFH$ là hình bình hành.

Dạng 3. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng cùng đi qua một điểm

3A. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB lấy điểm K , trên cạnh CD lấy điểm I sao cho $AK = CI$. Chứng minh ba điểm K, O, I thẳng hàng.

3B. Cho tam giác ABC và điểm O nằm ở miền trong của tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Gọi L, M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OA, OB, OC . Chứng minh các đường thẳng EL, FM và DN cùng đi qua một điểm.

4. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của AI, CK với đường chéo BD . Chứng minh:

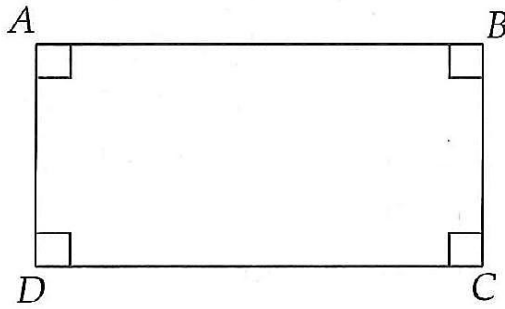
- a) $\triangle ADM = \triangle CBN$;
- b) $MAC = NCA$ và $IM \parallel CN$;
- c) $DM = MN = NB$;
- d) AC, BD, IK đồng quy tại một điểm.

5. Cho tam giác ABC và một điểm E thuộc cạnh AC . Qua điểm E kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại F . Qua E kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại D . Biết $AE = BF$. Chứng minh:

- a) Tam giác AED cân;
- b) AD là tia phân giác của góc BAC .

BÀI 4. HÌNH CHỮ NHẬT**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Khái niệm: Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.



2. Tính chất của hình chữ nhật:

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

* **Chú ý:** Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

3. Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật:

- a) Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- b) Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

* **Nhận xét:** Nếu một tam giác có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh tương ứng thì tam giác đó là tam giác vuông.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật

1A. Cho tam giác ABC có đường cao AH . Gọi I là trung điểm của AC . Lấy điểm E sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng HE . Chứng minh $AHCE$ là hình chữ nhật.

1B. Cho tam giác ABC vuông cân tại C . Trên các cạnh AC, BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $AP = CQ$. Từ điểm P vẽ PM song song với BC (M thuộc AB). Chứng minh tứ giác $PCQM$ là hình chữ nhật.

Dạng 2. Sử dụng tính chất hình chữ nhật để chứng minh các quan hệ hình học

2A. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Lấy một điểm E bất kỳ trên đường chéo BD . Trên tia đối của tia EC lấy điểm F sao cho $EF = EC$. Vẽ FH và FK lần lượt vuông góc với AB và AD (H thuộc AB, K thuộc AD).

- a) Chứng minh $BD = 2AO$.
- b) Gọi I là giao điểm của KH và AF . Chứng minh I là trung điểm của KH .

2B. Cho tam giác ABC vuông tại A . Lấy điểm M thuộc cạnh BC . Kẻ MD và ME lần lượt vuông góc với AB và AC (D thuộc AB, E thuộc AC). Lấy I là trung điểm

của DE .

a) Tứ giác $ADME$ là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia DM lấy điểm P , trên tia đối của tia EM lấy điểm Q sao cho $DP = DM; EQ = EM$. Chứng minh A, P, Q thẳng hàng và A là trung điểm PQ .

Dạng 3. Vận dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông

3A. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB, AC .

a) Chứng minh tam giác IHA cân.

b) Chứng minh $IHK = 90^\circ$.

3B. Cho tam giác ABC có đường cao AI . Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC , từ B kẻ tia By song song với AC . Gọi M là giao điểm của tia Ax và tia By . Gọi P là trung điểm đoạn thẳng AB , đường thẳng MP cắt AC tại Q, BQ cắt AI tại H .

Chứng minh:

a) CH vuông góc với AB .

b) Tam giác PIQ cân.

4. Cho tam giác ABC có đường cao AH . Gọi I là trung điểm của cạnh AC , trên tia đối của tia IH lấy điểm E sao cho $IE = IH$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE . Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K .

a) Chứng minh tứ giác $AHCE$ là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $HG = GK = KE$.

5. Cho tam giác ABC cân tại A . Từ một điểm D trên đáy BC , vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh BC cắt các đường thẳng AC, AB lần lượt tại M, N . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của BC và MN . Chứng minh rằng tứ giác $AKDH$ là hình chữ nhật.

BÀI 5. HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

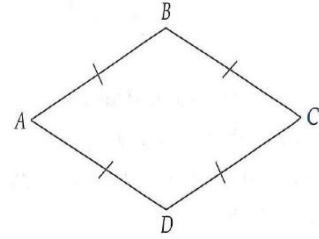
A. Hình thoi

1. Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

2. Tính chất về hai đường chéo của hình thoi

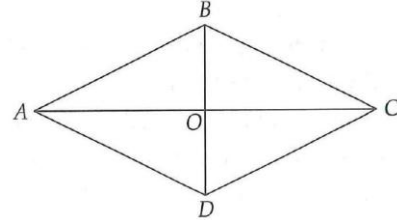
Trong hình thoi:

- Hai đường chéo vuông góc với nhau;
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc trong hình thoi.



3. Dấu hiệu nhận biết hình thoi:

- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

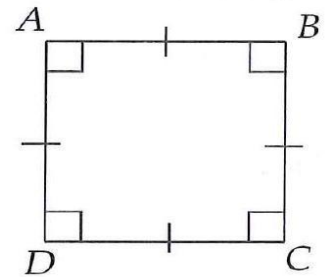


B. Hình vuông

1. Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

2. Tính chất về đường chéo của hình vuông

Trong một hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và là các đường phân giác của các góc của hình vuông.



3. Dấu hiệu nhận biết hình vuông

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

* **Chú ý:**

- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình thoi, hình vuông

1A. Cho tam giác ABC có đường phân giác AD . Qua D kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E . Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại F . Chứng minh tứ giác $AEDF$ là hình thoi.

1B. Cho hình bình hành $ABCD$ có AC vuông góc với AD . Gọi E, F lần lượt là

trung điểm của AB, CD . Chứng minh tứ giác $AECF$ là hình thoi.

2A. Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Chứng minh tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

2B. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác AD . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại E . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại F . Chứng minh tứ giác $AEDF$ là hình vuông.

Dạng 2. Vận dụng tính chất của hình thoi, hình vuông để chứng minh các tính chất hình học

3A. Cho hình thoi $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = CN = CP = QA$. Chứng minh:

- a) Tứ giác $BMDP$ là hình bình hành.
- b) Ba điểm N, O, Q thẳng hàng.
- c) Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

3B. Cho hình thoi $ABCD$ có góc ABC bằng 60° . Kẻ AE vuông góc với DC (E thuộc DC), AF vuông góc với BC (F thuộc BC).

- a) Chứng minh tam giác AEF đều.
- b) Chứng minh $FE // BD$.

4A. Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AD, DC lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = DF$. Chứng minh:

- a) Các tam giác ADF và BAE bằng nhau.
- b) BE vuông góc với AF .

4B. Cho hình vuông $ABCD$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E , trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $AE = CF$.

- a) Chứng minh tam giác EDF vuông cân.
- b) Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh $BI = DI$.
- c) Chứng minh ba điểm A, C, I thẳng hàng.

Dạng 3. Tìm điều kiện để tứ giác là hình thoi, hình vuông

5A. Cho tam giác ABC vuông tại A . Lấy điểm M thuộc cạnh BC . Qua điểm M kẻ các đường thẳng song song với AB và AC , chúng lần lượt cắt AC và AB tại E và F .

- a) Tứ giác $AFME$ là hình gì?

b) Tìm vị trí của điểm M trên cạnh BC để tứ giác $AFME$ là hình vuông.

5B. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AC , K là điểm thuộc tia đối của tia IM sao cho $IM = IK$.

a) Tứ giác $AKMB$ là hình gì?

b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $AKMB$ là hình thoi.

6. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = DN$. Đường trung trực của BM lần lượt cắt các đường thẳng MN, BC tại E, F .

a) Chứng minh tứ giác $MEBF$ là hình thoi.

b) Tìm điều kiện của hình bình hành $ABCD$ để tứ giác $BCNE$ là hình thang cân.

7. Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao BD và CE . Kẻ các tia phân giác của các góc ABD và ACE , chúng cắt nhau tại O và lần lượt cắt AC, AB tại N, M . Tia BN cắt CE tại K , tia CM cắt BD tại H .

a) Chứng minh BN vuông góc với CM .

b) Chứng minh tứ giác $MNHK$ là hình thoi.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Lý thuyết từ **Bài 1** đến **Bài 5** của chương.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

1A. Cho tam giác ABC cân tại A có đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AC . Lấy điểm K sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MK .

a) Chứng minh tứ giác $AMCK$ là hình chữ nhật.

b) Tứ giác $AKMB$ là hình gì? Vì sao?

c) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $AMCK$ là hình vuông.

1B. Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$. Lấy M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MA = MD$.

a) Chứng minh tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

b) Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Lấy điểm E thuộc tia đối của tia HA sao cho $EH = HA$. Chứng minh $EC = BD$.

c) Tứ giác $BCDE$ là hình gì? Vì sao?

2A. Cho hình vuông $ABCD$. Lấy điểm E thuộc cạnh CD , điểm F thuộc tia đối của tia BC sao cho $BF = DE$.

- a) Chứng minh tam giác AEF vuông cân.
b) Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh ba điểm B, I, D thẳng hàng.
c) Lấy điểm K sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AK . Chứng minh tứ giác $AEKF$ là hình vuông.

2B. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH . Qua H kẻ các đường thẳng vuông góc với AB tại E , vuông góc với AC tại F .

- a) Tứ giác $AEHF$ là hình gì? Vì sao?
b) Gọi O là trung điểm của AH . Chứng minh O là trung điểm của đoạn thẳng EF .
c) Gọi M là trung điểm của HC . Kẻ MI song song AH (I thuộc AC).
Lấy điểm K sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng KI . Chứng minh tứ giác $HICK$ là hình thoi.

3A. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và trung tuyến AM .

- a) Chứng minh $BAH = MAC$.
b) Trên đường trung trực của đoạn thẳng BC lấy điểm D sao cho $MD = MA$ (A và D nằm khác phía so với đoạn thẳng BC). Chứng minh AD là phân giác của cả góc MAH và góc CAB .
c) Từ D kẻ DE vuông góc với AB (E thuộc AB); kẻ DF vuông góc với AC (F thuộc AC). Tứ giác $AEDF$ là hình gì? Vì sao?
d) Chứng minh $\triangle DBE = \triangle DCF$.

3B. Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Lấy điểm E sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng DE .

- a) Chứng minh tứ giác $ABEC$ là hình bình hành
b) Chứng minh tam giác DBE là tam giác vuông cân
c) Gọi F là trung điểm của BE . Tứ giác $COBF$ là hình gì? Vì sao?
d) Gọi I là giao điểm của BC và DF . Chứng minh $\frac{OE}{DI} = \frac{3}{2}$.

4A. Cho tam giác ABC vuông tại A . Về phía ngoài tam giác, vẽ các hình vuông $ABDE$ và $ACFG$.

- a) Chứng minh tứ giác $BCGE$ là hình thang cân.
b) Gọi K là giao điểm của DE và FG . Lấy M là trung điểm của EG .
Chứng minh ba điểm K, A, M thẳng hàng.

- c) Chứng minh MA vuông góc với BC .
- d) Chứng minh ba đường thẳng DC, FB và AM cùng đi qua một điểm.
- 4B.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, BC, CD .
- a) Chứng minh tứ giác $AMCK$ là hình bình hành.
- b) Gọi I và J lần lượt là giao điểm của DN với CM và AK . Chứng minh $\triangle BCM = \triangle CDN$.
- c) Chứng minh CM vuông góc với DN .
- d) Tính độ dài đoạn thẳng AI theo a .
- 5.** Cho hình thoi $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Qua điểm B kẻ đường thẳng song song với AC , qua điểm C kẻ đường thẳng song song với BD , hai đường thẳng này cắt nhau ở K .
- a) Tứ giác $OBKC$ là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh $AB = OK$.
- c) Tìm điều kiện của hình thoi $ABCD$ để tứ giác $OBKC$ là hình vuông.
- 6.** Cho hình bình hành $ABCD$ có $BC = 2AB$ và $\angle BAD = 60^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và AD .
- a) Chứng minh tứ giác $ECDF$ là hình thoi.
- b) Tứ giác $ABED$ là hình gì? Vì sao?
- c) Tính góc AED .
- 7.** Cho hình thoi $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau ở O . Vẽ điểm E ở cùng phía điểm D so với AC sao cho AE song song và bằng OD .
- a) Chứng minh tứ giác $AODE$ là hình chữ nhật
- b) Chứng minh $OE \parallel CD$.
- c) Tìm điều kiện của hình thoi $ABCD$ để tứ giác $AODE$ là hình vuông?
- d) Lấy điểm M sao cho D là trung điểm EM , điểm N sao cho O là trung điểm NE . Chứng minh ba điểm M, C, N thẳng hàng.

CHỦ ĐỀ 4: ĐỊNH LÝ THALES

BÀI 1. ĐỊNH LÝ THALES TRONG TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đoạn thẳng tỉ lệ

Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \text{ hay } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$$

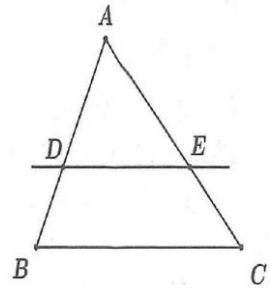
2. Định lí Thalès trong tam giác

a) Định lí Thalès

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Xét tam giác ABC , có $DE \parallel BC$ ($D \in AB; E \in AC$) thì:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}; \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}; \frac{BD}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

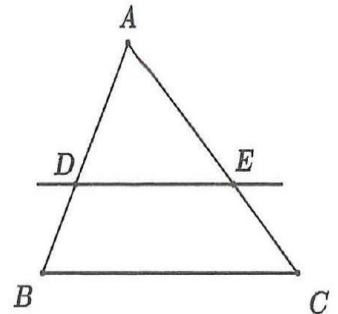


b) Định lí Thalès đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

Xét tam giác ABC có:

$$D \in AB; E \in AC; \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \text{ thì } DE \parallel BC.$$



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Đoạn thẳng tỉ lệ

Phương pháp giải: Dựa vào lí thuyết trên để giải quyết bài toán.

1A. Cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

a) Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

b) Tính tỉ số $\frac{MA}{AB}$.

1B. Cho điểm M nằm giữa C và D sao cho $3MC = CD$. Tính tỉ số $\frac{MD}{CD}$ và $\frac{MC}{MD}$?

2A. Cho tam giác ABC , các trung tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại G .

a) Tính $\frac{AG}{AM}$;

b) Tính $\frac{BN}{NG}$.

2B. Cho tam giác ABC , các trung tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại G .

Chứng minh $\frac{MB}{MC} = \frac{NA}{NC} = \frac{PA}{PB}$.

3A. Viết tỉ số các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) $AB = 3 \text{ dm}$ và $CD = 15 \text{ dm}$.

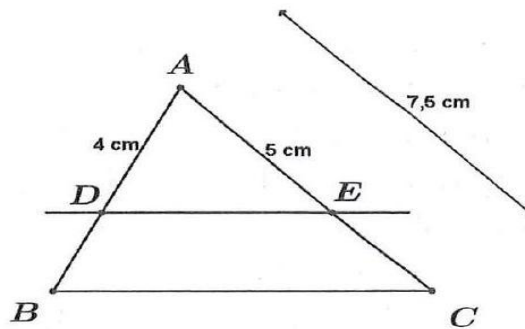
b) $MN = 30 \text{ cm}$ và $PQ = 5,2 \text{ m}$.

3B. Cho biết $2MN = 3PQ$ và $MN + PQ = 15 \text{ m}$. Tính độ dài PQ và MN .

Dạng 2. Sử dụng định lý Thalès để tính độ dài đoạn thẳng

Phương pháp giải: Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, sau đó vận dụng định lý Talet và các tính chất của tỉ lệ thức để tính toán.

4A. Cho hình vẽ và độ dài các cạnh như trên hình. Tính BD ? Biết $DE \parallel BC$.



Hình vẽ sử dụng cho bài 4A, 4B.

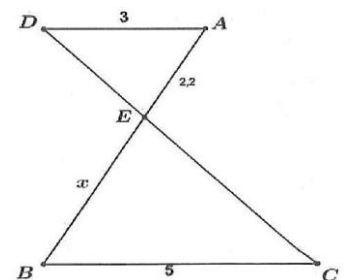
4B. Cho hình trên và độ dài các cạnh như trên hình. Tính $CE + BD$? Biết $DE \parallel BC$

5A. Cho tam giác ABC , có $AD = x$, $EC = 3 \text{ cm}$, $AC = 9 \text{ cm}$, $BD = 2,5 \text{ cm}$ $DE \parallel BC$ ($D \in AB$; $E \in AC$). Tìm x .

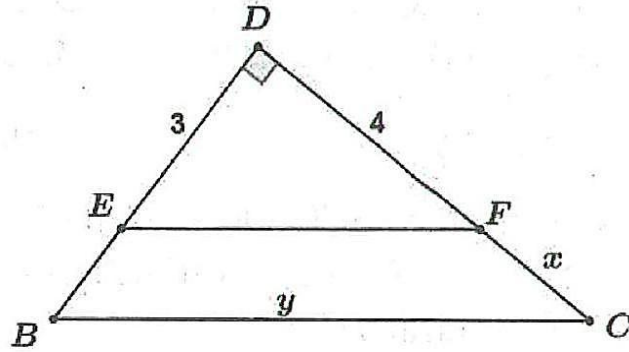
5B. Cho tam giác ABC , có $AD = 8 \text{ cm}$, $EC = 4,5 \text{ cm}$, $AC = 9,5 \text{ cm}$,

$BC = 16 \text{ cm}$ $DE \parallel BC$ ($D \in AB$; $E \in AC$). Tìm DB ?

6A. Tìm x trong hình vẽ bên dưới biết $AD \parallel BC$



6B. Tìm x và y trong hình vẽ dưới đây biết $EF \parallel BC$ và $FE = DB = 5$



Dạng 3. Sử dụng định lý Thalès để chứng minh các hệ thức

Phương pháp giải: Vận dụng định lý để chứng minh.

7A. Cho tam giác ABC có AM là trung tuyến và điểm E thuộc đoạn thẳng MC . Qua E kẻ đường thẳng song song với AC , cắt AB ở D và cắt AM ở K . Qua E kẻ đường thẳng song song với AB , cắt AC ở F . Chứng minh $CF = DK$.

7B. Cho $\triangle ABC$. Từ D trên cạnh AB , kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E . Trên tia đối của tia CA , lấy điểm F sao cho $CF = DB$. Gọi M là giao điểm của DF và BC . Chứng minh $DM \cdot AB = AC \cdot MF$.

8A. Cho $\triangle ABC$ có AD là đường trung tuyến, G là trọng tâm. Qua G kẻ đường thẳng d cắt AB, AC thứ tự tại M, N . Chứng minh:

a) $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3$;

b) $\frac{BM}{AM} + \frac{CN}{AN} = 1$.

8B. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD , M là trung điểm của AB , O là giao điểm của AD và BC . OM cắt CD tại N . Chứng minh N là trung điểm của CD .

9A. Cho tam giác ABC ($AB < AC$), đường phân giác AD . Qua điểm M là trung điểm của BC kẻ đường thẳng song song với AD , cắt AB và AC lần lượt tại E và K . Chứng minh:

a) $AE = AK$.

b) $BE = CK$.

9B. Cho tam giác ABC , điểm I nằm trong tam giác, các tia AI, BI, CI cắt cạnh BC, AC, AB theo thứ tự ở D, E, F . Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia CI tại H và cắt tia BI tại K . Chứng minh:

a) $\frac{AK}{BD} = \frac{HA}{DC}$

b) $\frac{AF}{BF} + \frac{AE}{CE} = \frac{AI}{ID}$.

10A. Cho tứ giác $ABCD$. Qua $E \in AD$ kẻ đường thẳng song song với DC cắt AC ở G . Qua G kẻ đường thẳng song song với CB cắt AB tại H . Chứng minh

$HE // BD$.

10B. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). M là trung điểm của CD . Gọi I là giao điểm của AM và BD , K là giao điểm của BM và AC .

a) Chứng minh $IK // AB$

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC theo thứ tự ở E và F . Chứng minh $EI = IK = KF$

11A. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$), các đường chéo cắt nhau ở O . Chứng minh rằng $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

11B. Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , đường cao AH . Từ điểm D nằm giữa H và C , vẽ $DE \perp DC$ ($E \in AC$); $DK \perp AC$ ($K \in AC$). Chứng minh $BE // HK$.

BÀI 2. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhận biết đường trung bình của tam giác

Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

2. Tính chất đường trung bình của tam giác

Đường trung bình của tam giác song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.

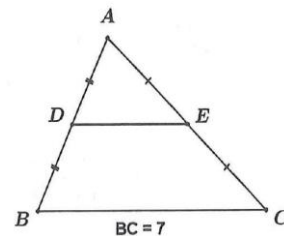
Chú ý: Trong một tam giác, nếu một đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh và song song với cạnh thứ hai thì nó đi qua trung điểm của cạnh thứ ba.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng dựa vào đường trung bình

Phương pháp giải: Dựa vào lý thuyết trên để giải quyết.

1A. Cho hình vẽ dưới. Tính độ dài đoạn DE ?



1B. Cho tam giác ABC , có $AB = BC = CA = 16$ cm, gọi H, K, T lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Tính HK, KT, HT .

2A. Cho tam giác ABC , có J, K lần lượt là trung điểm của AB, AC , biết $JK = 12$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng BC .

2B. Cho tam giác ABC , có J, K lần lượt là trung điểm của AB, AC , biết

$JK = 32,4$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng BC .

3A. Cho tam giác ABC , đường trung tuyến BN, CP cắt nhau tại G , gọi E, F lần lượt là trung điểm của BG, CG , biết $BC = 15$ cm. Tính FE, PN .

3B. Cho tam giác ABC , đường trung tuyến BN, CP cắt nhau tại G , gọi E, F lần lượt là trung điểm của BG, CG , biết $BC = 18$ cm. Tính FE, PN .

4A. Cho tam giác ABC , có J, K lần lượt là trung điểm của AB, AC , biết $JK = 12$ cm, $AB = 10$ cm; $AC = 16$ cm. Tính chu vi tam giác ABC ?

4B. Cho tam giác ABC , có J, K lần lượt là trung điểm của AB, AC , biết $BC = 12$ cm, $AB = 10$ cm; $AC = 16$ cm. Tính chu vi tam giác AJK ?

Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng song song, chứng minh ba điểm thẳng hàng

Phương pháp giải: Dùng tính chất đường trung bình của tam giác, các tiên đề O-clit để chứng minh.

5A. Cho tam giác MNP , gọi E, F lần lượt là trung điểm của MN, MP . Chứng minh $EF // HK$, với H, K lần lượt là trung điểm của NE, PF .

5B. Cho tam giác ABC , gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC . Chứng minh $BC // HK$, với H, K lần lượt là trung điểm của AE, AF .

6A. Cho tam giác ABC , hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của GB và GC . Chứng minh:

- a) $EF // MN$; b) $NE // MF$.

6B. Cho tam giác ABC , hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G . Gọi E, F, H lần lượt là trung điểm của GB, GC và BC . Chứng minh:

- a) A, G, H thẳng hàng.
b) Gọi I là trung điểm GH . Chứng minh E, I, F thẳng hàng.

7A. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AD, BD, AC, BC .

- a) Chứng minh $FE // AB$.
b) Chứng minh $FG // CD$.
c) Chứng minh E, F, G, H thẳng hàng.

7B. Cho tam giác ABC có $AB = 5$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 9$ cm. Kéo dài AB lấy điểm

D sao cho $BD = BA$, kéo dài AC lấy điểm E sao cho $CE = CA$. Kéo dài đường trung tuyến AM của tam giác ADE lấy I sao cho $MI = MA$. Chứng minh:

- Tính độ dài các cạnh tam giác ADE .
- $DI \parallel AE$.
- Tứ giác $ABMC$ là hình gì? Vì sao?

8A. Cho tam giác ABC , trên nửa mặt phẳng bờ là AC không chứa điểm B , lấy điểm D bất kì. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, AD . Chứng minh $MN \parallel PQ$ và $MQ \parallel NP$.

8B. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), có $CD - BC > AD$, các đường phân giác góc B, C cắt nhau tại H , các đường phân giác góc A, D cắt nhau tại K . Chứng minh $KH \parallel AB$.

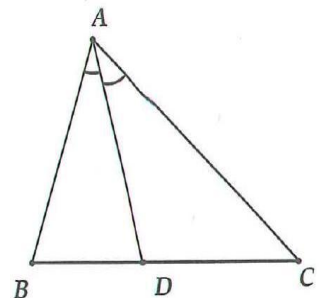
BÀI 3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

I. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Định lý

Trong một tam giác, đường phân giác của một tam giác chia cạnh đối diện của tam giác thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

GT	$\triangle ABC$ có AD là đường phân giác của BAC ($D \in BC$)
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$



Chú ý: Trong tam giác ABC , nếu điểm D thuộc cạnh BC và

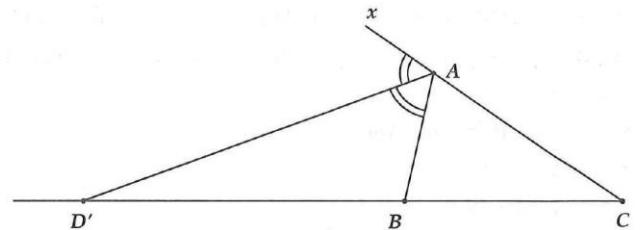
thỏa mãn $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ thì AD là đường phân giác của góc A .

2. Định lý với đường phân giác góc ngoài của tam giác

Chú ý: Đường phân giác của góc ngoài của một tam giác (còn gọi là đường phân giác ngoài) cũng có tính chất tương tự đường phân giác trong, cụ thể:

Ta có BAx là góc ngoài tại đỉnh A của $\triangle ABC$, AD' là đường phân giác của BAx

thì ta cũng có $\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$.

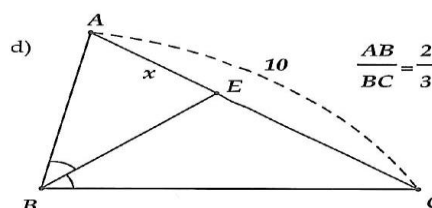
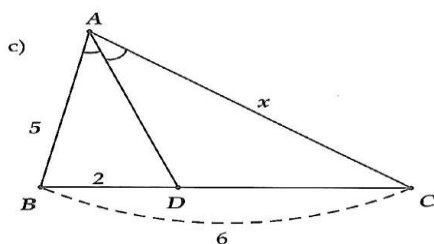
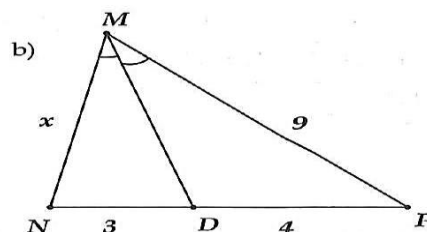
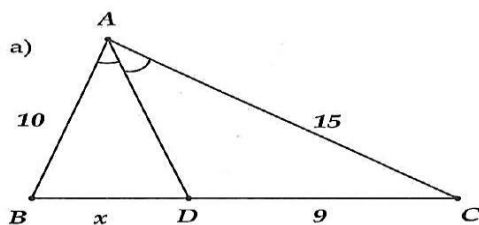


II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

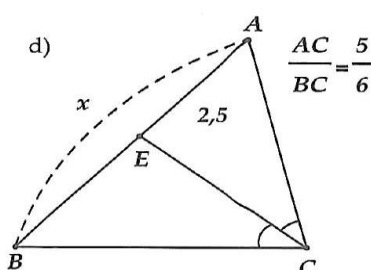
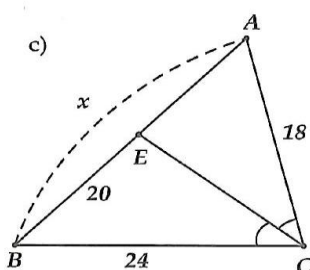
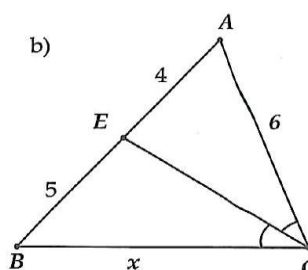
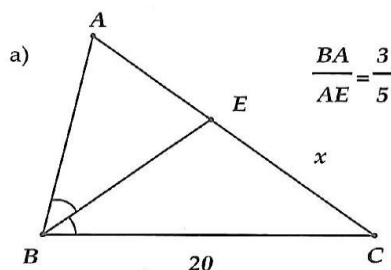
Dạng 1. Tính độ dài cạnh

Phương pháp giải: Áp dụng Định lý về đường phân giác trong tam giác tính độ dài các cạnh.

1A. Tính độ dài x trong các hình vẽ sau:



1B. Tính độ dài x trong các hình vẽ sau:



2A. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = 3$ cm; $AC = 4,5$ cm; $BC = 6$ cm.

Biết BE là đường phân giác của ABC . Tính độ dài EA, EC .

2B. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = 7$ cm; $AC = 8$ cm; $BC = 6$ cm. Biết

CF là đường phân giác của ACB . Tính độ dài FA, FB .

Dạng 2. Kết hợp lý thuyết về đường phân giác trong tam giác và định lý Thalès để tính tỉ số, tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh các đường thẳng song song

3A. Cho tam giác ABC , các đường phân giác AM, BN, CP . Chứng minh

$$\frac{NA}{NC} \cdot \frac{MC}{MB} \cdot \frac{PB}{PA} = 1.$$

3B. Cho tam giác ABC , các đường phân giác AD, BE, CF . Chứng minh

$$\frac{IE}{BE} = \frac{AC}{\text{Chu vi } \triangle ABC}.$$

4A. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến BM . Tia phân giác góc BMA cắt cạnh AB tại P , tia phân giác góc BMC cắt cạnh CB tại Q . Chứng minh $PQ \parallel AC$.

4B. Cho tam giác ABC cân tại A . Đường phân giác góc B cắt AC tại M , đường phân giác góc C cắt AB tại N . Chứng minh $MN \parallel BC$.

5A. Cho hình vuông $ABCD$. Điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB và BC

sao cho $\frac{BM}{BN} = \frac{3}{2}$. Đoạn thẳng BD cắt MN tại I . Tính độ dài đoạn thẳng IM, IN

biết $MN = 4,5 \text{ cm}$.

5B. Cho hình thoi $ABCD$. Trên cạnh BC, BA lần lượt lấy điểm E và F sao cho

$$\frac{BF}{BE} = \frac{2}{3}. \text{ Đoạn thẳng } FE \text{ cắt đoạn thẳng } BD \text{ tại } I.$$

a) Tính $\frac{IE}{IF}$?

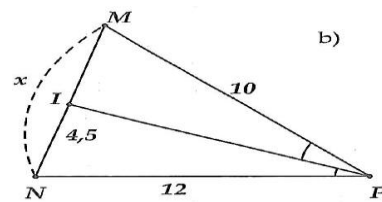
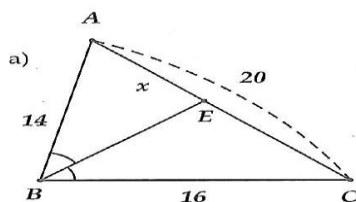
b) Giả sử $FE = 12 \text{ cm}$. Tính độ dài các đoạn IE, IF ?

6A. Cho hình bình hành $ABCD$, tia phân giác góc C cắt cạnh BD tại E , tia phân giác góc B cắt cạnh AC tại F . Chứng minh:

$$\text{a) } \frac{BE}{ED} = \frac{CF}{FA}. \quad \text{b) } FE \parallel AD.$$

6B. Cho tam giác $ABC (AB < AC)$, tia phân giác góc A cắt cạnh BC tại D . Gọi M là trung điểm cạnh BC , qua M kẻ đường thẳng song song với AD , đường thẳng này cắt tia đối của tia AB tại E và cắt cạnh AC tại F . Chứng minh $BE = FC$.

7. Tính độ dài x trong các hình vẽ sau:



8. Cho tam giác ABC có $AC = 12 \text{ cm}, AB = 20 \text{ cm}, BC = 28 \text{ cm}$. Đường phân giác góc

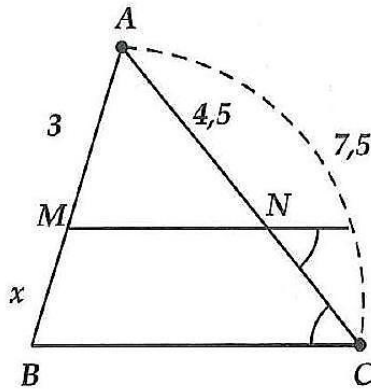
A cắt BC tại D .

a) Tính DB, DC .

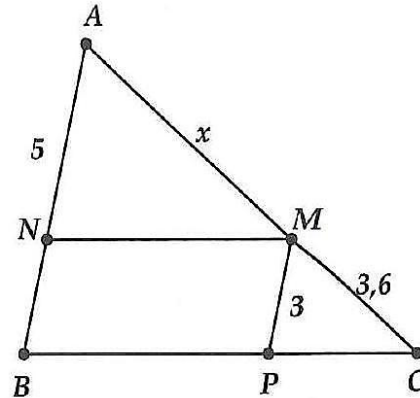
b) Qua D kẻ đường song song với AC , đường này cắt cạnh AB tại E . Chứng minh tam giác ADE cân bằng hai cách.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

1A. Tính độ dài x trong hình vẽ sau:



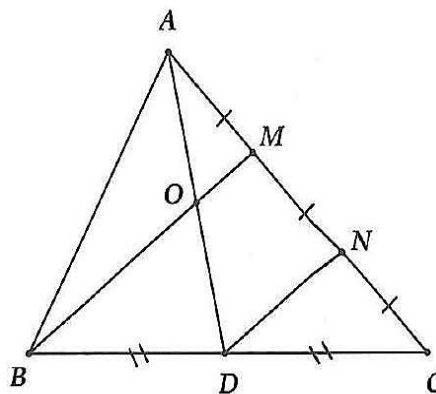
Hình 1A



Hình 1B

1B. Tính độ dài x trong hình vẽ trên. Biết rằng $MN \parallel BC, MP \parallel AB$;

2A. Cho hình vẽ dưới đây. Chứng minh $AO = OD$.



2B. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM , D là giao điểm của BI và AC .

a) Chứng minh $AD = \frac{1}{2} DC$.

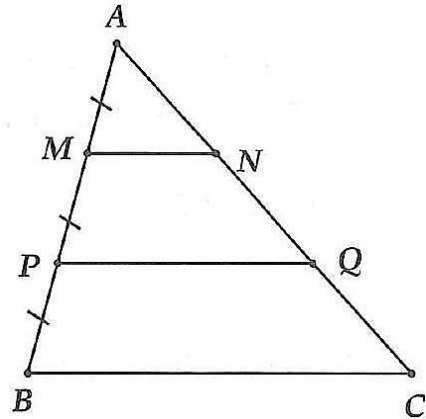
b) Tính $\frac{BD}{ID}$?

3A. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA . Chứng minh $MNPQ$ là hình chữ nhật.

3B. Cho tam giác MNP nhọn có H là trực tâm. Gọi A, B, C, D lần lượt là trung điểm

các đoạn thẳng MN, NH, HP, MP . Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.

4A. Cho hình vẽ dưới đây.



Chứng minh $AN = NQ = QC$.

4B. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), E là trung điểm AD , I là trung điểm BD , đường thẳng EI cắt AC ở K và cắt BC tại F .

a) Chứng minh $AK = KC; BI = ID$.

b) Cho $AB = 6 \text{ cm}, CD = 10 \text{ cm}$. Tính độ dài các đoạn EI, KF, IK .

5A. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Một đường thẳng bất kì qua O cắt các đường thẳng AD, BC kéo dài lần lượt tại M và N , đồng thời cắt các cạnh AB, CD lần lượt tại P và Q . Chứng minh $ON \cdot OP = OM \cdot OQ$.

5B. Cho hình bình hành $ABCD$. Một cát tuyến qua D cắt đường chéo AC ở I , cắt cạnh BC ở N , cắt đường thẳng AB tại M .

a) Chứng minh $AM \cdot CN$ không phụ thuộc vào vị trí cát tuyến qua D .

b) Chứng minh hệ thức $ID^2 = IM \cdot IN$.

6A. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Trung tuyến BD . Đường thẳng qua A vuông góc với BD cắt BC tại E . Chứng minh $EB = 2EC$.

6B. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Đường cao AH và đường phân giác BE cắt nhau tại I . Chứng minh $CE = 2 \cdot HI$.

7. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 120^\circ$. Tia phân giác AD . Chứng minh $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AB} = \frac{1}{AD}$

CHỦ ĐỀ 5: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**BÀI 1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Định nghĩa**

- Phân thức đại số (hay phân thức) là những biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, với A, B là hai đa thức và B khác 0.

- Trong phân thức $\frac{A}{B}$ ta gọi A là tử thức (hoặc tử), B là mẫu thức (hoặc mẫu).

- Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

2. Hai phân thức bằng nhau

Ta nói hai phân thức $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}$ bằng nhau nếu $AD = BC$.

3. Giá trị của phân thức tại một giá trị đã cho của biến

Để tính giá trị của phân thức tại một giá trị cho trước của biến, ta thay biến đó bằng giá trị đã cho vào phân thức rồi tính giá trị của biểu thức số nhận được.

4. Điều kiện xác định của phân thức

- Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là $B \neq 0$.

- Ta chỉ cần quan tâm đến điều kiện xác định khi tính giá trị của phân thức.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Xác định tử thức, mẫu thức của các phân thức**

1A. Xác định tử thức và mẫu thức của các phân thức sau:

a) $\frac{4x-3}{3x+4}$; b) $\frac{1}{2x^2-9}$; c) $\frac{2t^2-y^3}{3ab^4}$.

1B. Xác định tử thức và mẫu thức của các phân thức sau:

a) $\frac{5m-2}{3m+7}$; b) $\frac{2x^3+1}{-9}$; c) $\frac{-1}{-2x^4}$.

Dạng 2. Ứng dụng quy tắc hai phân thức bằng nhau

Phương pháp giải: Muốn biết $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ đúng hay sai ta tính tích AD và tích BC rồi so sánh hai kết quả.

Nếu thấy hai kết quả bằng nhau ($AD = BC$) thì kết luận $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ đúng.

Nếu thấy hai kết quả khác nhau ($AD \neq BC$) thì kết luận $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ sai.

2A. Vì sao các kết luận sau đúng?

a) $\frac{-4}{3x} = \frac{16x}{-12x^2}$; b) $\frac{x-2}{6} = \frac{x^2-2x}{6x}$;

c) $\frac{-1}{x+2} = \frac{1-2x}{2x^2+3x-2}$.

2B. Vì sao các kết luận sau đúng?

a) $\frac{-5x}{2} = \frac{10xy}{-4y}$; b) $\frac{3+2x}{4} = \frac{2x^3+3x^2}{4x^2}$; c) $\frac{y^2+3y+9}{y^3-27} = \frac{y-2}{y^2-2y+6}$.

Dạng 3. Tìm điều kiện xác định của phân thức

Phương pháp giải: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là $B \neq 0$.

Chú ý: Chương trình không yêu cầu giải điều kiện này (tức là không yêu cầu tìm các x thỏa mãn điều kiện)

3A. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\frac{1}{x+2}$; b) $\frac{4-5x}{x+1}$; c) $\frac{x-1}{3x^2+6x}$.

3B. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\frac{-5}{2x-5}$; b) $\frac{24-8x^2}{x^2-1}$; c) $\frac{2x+7}{x^3+64}$.

Dạng 4. Tính giá trị của phân thức tại một giá trị đã cho của biến

Phương pháp giải: Giá trị của phân thức $\frac{A}{B}$ tại $x = x_0$ là $\frac{A(x_0)}{B(x_0)}$, tức là muốn tính giá

trị của phân thức tại một giá trị đã cho của biến ta tính giá trị của tử thức và giá trị của mẫu thức tại giá trị đã cho của biến rồi chia hai kết quả.

4A. Cho phân thức $A = \frac{5x+3}{9-x^2}$.

- a) Viết điều kiện xác định của phân thức A .
 b) Tính giá trị của phân thức A lần lượt tại $x=0$; $x=1$ và $x=-1$.

4B. Cho phân thức $B = \frac{-4a+1}{a^2+4a+4}$.

- a) Viết điều kiện xác định của phân thức B .

b) Tính giá trị của phân thức B lần lượt tại $a = 0$; $a = 3$ và $a = -1$.

Dạng 5. Các bài toán thực tế về phân thức

Phương pháp giải: Biểu diễn một đại lượng theo một đại lượng khác (được chọn làm biến) dưới dạng một phân thức rồi tính giá trị của phân thức đó tại một giá trị đã cho của biến. Thường sử dụng các công thức quen thuộc như tính quãng đường theo vận tốc và thời gian; tính số sản phẩm theo thời gian và năng suất lao động; ...

5A. Một xe máy đi hết quãng đường dài 150 km trong thời gian là t giờ.

a) Viết biểu thức biểu thị vận tốc trung bình của xe máy trên quãng đường đó với đơn vị km/h.

b) Tính vận tốc trung bình của xe máy biết thời gian xe máy đi hết quãng đường đó là 3 giờ.

5B. Trung bình mỗi giờ bạn My gấp được x con hạc giấy.

a) Viết biểu thức biểu thị thời gian (tính bằng giờ) bạn My gấp được 80 con hạc giấy.

b) Tính thời gian bạn My gấp được 80 con hạc giấy biết trung bình mỗi giờ bạn ấy gấp được 16 con hạc giấy.

BÀI 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất cơ bản của phân thức

- Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} \quad (M \text{ là một đa thức khác đa thức } 0).$$

- Nếu tử và mẫu của một phân thức có nhân tử chung thì khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó ta được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N} \quad (N \text{ là một nhân tử chung})$$

- Quy tắc đổi dấu: Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$$

2. Rút gọn phân thức: là biến đổi phân thức đó thành một phân thức mới bằng nó

nhưng đơn giản hơn.

* *Cách rút gọn một phân thức*: Muốn rút gọn một phân thức, ta làm như sau:

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung;
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

3. Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức: là biến đổi các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.

Muốn quy đồng mẫu thức nhiều phân thức ta làm như sau:

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung (MTC);
- Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức bằng cách chia MTC cho mẫu thức đó;
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Vận dụng tính chất cơ bản của phân thức

Phương pháp giải: Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung hoặc đổi dấu cả tử và mẫu của phân thức.

1A. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, giải thích vì sao các kết luận sau đúng:

a) $\frac{(x+3)^3}{x^2+3x} = \frac{(x+3)^2}{x}$;

b) $\frac{x-2}{4-5x} = \frac{2-x}{-4+5x}$.

1B. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, giải thích vì sao các kết luận sau đúng:

a) $\frac{(4-y)^4}{4y-y^2} = \frac{(4-y)^3}{y}$;

b) $\frac{3+2x}{3x-5} = \frac{-2x-3}{5-3x}$.

2A. Tìm đa thức A trong mỗi trường hợp sau:

a) $\frac{x-1}{2x+y} = \frac{A}{-2x-y}$;

b) $\frac{A}{2x-3} = \frac{3x^2+3x}{6x-9}$.

2B. Tìm đa thức B trong mỗi trường hợp sau:

a) $\frac{2-y}{y^2-9} = \frac{B}{-y^2+9}$;

b) $\frac{2y-1}{B} = \frac{-1}{y-3}$.

Dạng 2. Rút gọn phân thức

3A. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{6x+12}{24x^2+48x}$;

b) $\frac{25x(2-x)}{10x(x-2)^3}$;

c) $\frac{7x^3+7x}{x^4-1}$.

3B. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{4x+20}{50x+10x^2}$; b) $\frac{36x(x-4)}{45x(4-x)^3}$; c) $\frac{x^2+2x+1}{3x^3+3x^2}$.

4A. Cho phân thức $M = \frac{x+4}{x^2-16}$.

- a) Rút gọn phân thức đã cho, kí hiệu N là phân thức nhận được.
 b) Tính giá trị của M và N tại $x=1$. So sánh hai kết quả đó.

4B. Cho phân thức $H = \frac{9-x}{81-x^2}$.

- a) Rút gọn phân thức đã cho, kí hiệu K là phân thức nhận được.
 b) Tính giá trị của H và K tại $x=0$. So sánh hai kết quả đó.

5A. Tìm a sao cho hai phân thức $\frac{2x}{x-2}$ và $\frac{ax(3-x)}{(x-2)(x-3)}$ bằng nhau.

5B. Tìm m sao cho hai phân thức $\frac{mx^2(x-6)}{(x+3)(6-x)}$ và $\frac{4x^2}{x+3}$ bằng nhau.

Dạng 3. Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức

6A. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{3}{x^2-3x}$ và $\frac{5}{2x-6}$; b) $\frac{3}{x^2-4}$ và $\frac{x}{x^2-4x+4}$.

6B. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{5x}{2x+8}$ và $\frac{x+2}{3x+12}$; b) $\frac{7}{x^2-6x+9}$ và $\frac{x}{3x^2-9x}$.

7A. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{10}{x+3}$; $\frac{5}{2x-6}$ và $\frac{-1}{x^2-9}$; b) $\frac{1}{2x-2y}$; $\frac{x}{4x-4y}$ và $\frac{-1}{x^2-2xy+y^2}$.

7B. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{-7}{x-4}$; $\frac{3}{3x+12}$ và $\frac{-5}{16-x^2}$; b) $\frac{1}{2x-y}$; $\frac{-2}{4x^2-y^2}$ và $\frac{2x^2+y^2}{4x^2-4xy+y^2}$.

Dạng 4. Bài tập tổng hợp

8A. Cho hai phân thức $\frac{4x^2+2x+1}{8x^3-1}$ và $\frac{x^2+5x}{x^2-25}$.

- a) Rút gọn hai phân thức đã cho.
 b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức nhận được ở câu a).

8B. Cho hai phân thức $\frac{x^2 + x + 1}{1 - x^3}$ và $\frac{15 - 5x}{x^2 - 6x + 9}$.

a) Rút gọn hai phân thức đã cho.

b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức nhận được ở câu a).

BÀI 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cộng hai phân thức cùng mẫu

- Muốn cộng hai phân thức cùng mẫu, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức:

$$\frac{A}{M} + \frac{B}{M} = \frac{A + B}{M}$$

- Kết quả phép cộng hai phân thức được gọi là tổng của hai phân thức đó. Ta thường viết tổng dưới dạng rút gọn.

2. Cộng hai phân thức không cùng mẫu:

- Muốn cộng hai phân thức không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức cùng mẫu tìm được.

3. Trừ hai phân thức

- Muốn trừ hai phân thức cùng mẫu ta trừ các tử thức và giữ nguyên mẫu thức.

- Muốn trừ hai phân thức không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu thức rồi trừ hai phân thức cùng mẫu nhận được.

4. Cộng, trừ nhiều phân thức

- Ta có thể đổi chỗ các số hạng (kèm theo dấu); nhóm (kết hợp) các số hạng một cách tùy ý.

5. Quy tắc dấu ngoặc

- Nếu trước dấu ngoặc có dấu "+" thì khi bỏ dấu ngoặc ta giữ nguyên các số hạng.

- Nếu trước dấu ngoặc có dấu "-" thì khi bỏ dấu ngoặc ta đổi dấu các số hạng.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép cộng hai phân thức

Phương pháp giải: Sử dụng quy tắc cộng hai phân thức cùng mẫu, khác mẫu.

1A. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{3x+1}{7x^2y} + \frac{2x+2}{7x^2y}$; b) $\frac{xy}{2x-y} + \frac{1-x^2}{y-2x}$; c) $\frac{4x}{4x-2} + \frac{1}{2x(1-2x)}$.

1B. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{x+3}{2x^2} + \frac{3x-1}{2x^2} \quad \text{b) } \frac{3x}{5x+5y} + \frac{-x}{10x-10y}; \quad \text{c) } \frac{x+3}{x^2-1} + \frac{x+1}{x-x^2}.$$

Dạng 2. Thực hiện phép trừ hai phân thức

Phương pháp giải: Sử dụng quy tắc trừ hai phân thức cùng mẫu, khác mẫu.

2A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{4+x^2}{x-2} - \frac{4x}{x-2}; \quad \text{b) } \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x-y)}; \quad \text{c) } \frac{x+9y}{x^2-9y^2} - \frac{3y}{x^2+3xy}.$$

2B. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{x^2-3}{x+1} - \frac{-2}{x+1}; \quad \text{b) } \frac{5x^2-y^2}{xy} - \frac{3x-2y}{y}; \quad \text{c) } \frac{1}{x-5x^2} - \frac{25x-15}{25x^2-1}.$$

Dạng 3. Thực hiện phép cộng, trừ nhiều phân thức

Phương pháp giải: Sử dụng quy tắc dấu ngoặc; đổi chỗ các số hạng (kèm theo dấu); nhóm (kết hợp) các số hạng một cách tùy ý.

3A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{2}{x} + \frac{5}{x-2} - \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{x} + \frac{3}{2x+1} - \frac{5}{x+2};$$

$$\text{b) } \frac{3x-1}{x} + \frac{-x+2}{2x+3} - \frac{x+2}{x^2-16} + \frac{1-3x}{x} - \frac{2-x}{2x+3} + \frac{1}{x-4}.$$

3B. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{6}{7-x} + \frac{-4}{x} + \frac{6}{x-7} + \frac{2}{x-2} + \frac{4}{x} + \frac{-5}{x+2};$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{x+2}{x} + \frac{1}{x+2} + \frac{x+2}{-x} - \frac{3}{x-2}.$$

4A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{3x+1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x+1} + \frac{x+3}{1-x^2};$$

$$\text{b) } \frac{2x}{x^2-4} - \left(\frac{2}{x+5} + \frac{3-x}{x+1} \right) + \left[\frac{2}{x+5} - \left(\frac{4}{x^2-4} + \frac{x-3}{x+1} \right) \right].$$

4B. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{1-2x}{2x} + \frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2x-4x^2};$$

$$b) \frac{5-x}{x^2+2} + \left[\frac{5}{x-3} - \left(\frac{2}{4-x} + \frac{x-3}{x^2+2} \right) \right] - \left(\frac{2}{x-4} + \frac{5}{x-3} \right).$$

5A. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} + \frac{-3x}{x^2-y^2}; \quad b) x+y + \frac{x^2+y^2}{x+y}.$$

5B. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{5x^2-y^2}{xy} - \frac{3x-2y}{y}; \quad b) \frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{y}{xy-2y^2} + \frac{4}{x^2-4y^2}.$$

Dạng 4. Bài toán thực tế về phép cộng, phép trừ phân thức

Phương pháp giải: Biểu diễn một đại lượng theo một đại lượng khác (được chọn làm biến) dưới dạng một phân thức rồi tính giá trị của phân thức đó tại một giá trị đã cho của biến (thường sử dụng các công thức quen thuộc như tính quãng đường theo vận tốc và thời gian; tính số sản phẩm theo thời gian và năng suất lao động;...) rồi cộng, trừ các phân thức nhận được.

6A. Một đội công nhân cần may 11 600 chiếc áo. Giai đoạn thứ nhất, đội may với năng suất x chiếc áo mỗi ngày và đã may được 5000 chiếc áo. Giai đoạn thứ hai, nhờ cải tiến kĩ thuật, mỗi ngày đội may thêm được 25 chiếc áo.

a) Viết các phân thức theo biến x biểu thị thời gian đội may ở giai đoạn thứ nhất và thời gian đội may ở giai đoạn thứ hai.

b) Tính tổng số ngày để đội hoàn thành công việc với $x = 250$.

6B. Một người lái xe máy di chuyển từ nhà kho đến cửa hàng rồi quay lại nhà kho với vận tốc dự định là x km/h. Quãng đường từ nhà kho đến cửa hàng là 70 km. Lúc đi, vì đường đông nên người đó đi với vận tốc thực tế nhỏ hơn vận tốc dự định là 5 km/h. Lúc về, nhờ đường vắng hơn nên người đó đi với vận tốc lớn hơn dự định là 5 km/h.

a) Viết các phân thức theo biến x biểu thị thời gian lúc đi, lúc về và tổng thời gian người đó di chuyển.

b) Tính tổng thời gian người đó di chuyển biết vận tốc lúc đi là 30 km/h.

BÀI 4. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhân hai phân thức

Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

* **Chú ý:** Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là tích. Ta thường viết tích dưới dạng rút gọn.

2. Tính chất của phép nhân phân thức

Phép nhân phân thức có các tính chất:

- Giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$;

- Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}\right)$;

- Phân phối đối với phép cộng: $\frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F}$.

3. Chia hai phân thức

- Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C}$:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0.$$

* **Chú ý:** $\frac{C}{D} \cdot \frac{D}{C} = 1$. Ta nói $\frac{D}{C}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép nhân phân thức

1A. Thực hiện phép nhân phân thức:

a) $\frac{(x-13)^2}{2x^5} \cdot \left(-\frac{3x^2}{x-13}\right)$;

b) $\frac{x^2+6x+9}{1-x} \cdot \frac{(x-1)^3}{2(x+3)^3}$.

1B. Thực hiện phép nhân phân thức:

a) $\left(-\frac{3x^2}{x+5}\right) \cdot \left(-\frac{x^2-25}{6x^3}\right)$;

b) $\frac{x^2-9}{2x^2+8x+8} \cdot \frac{3x+6}{x^2-6x+9}$.

Dạng 2. Thực hiện phép chia phân thức

2A. Thực hiện phép chia phân thức:

a) $\left(-\frac{2x^3}{3y}\right) : \left(\frac{5x^3}{-6y^2}\right)$;

b) $\frac{3x+21}{5x+5} : \frac{x^2-49}{x^2+2x+1}$.

2B. Thực hiện phép chia phân thức:

a) $\left(-\frac{x^2 - y^2}{6x^2y}\right) : \frac{x+y}{3xy};$

b) $\frac{3-3x}{(1+x)^2} : \frac{6x^2-6}{x+1}.$

Dạng 3. Tìm thành phần chưa biết trong phép nhân và phép chia phân thức
3A. Tìm các phân thức A và B thỏa mãn:

a) $A \cdot \frac{x^2 + xy}{3x^2 - 3y^2} = \frac{x+y}{y-x};$

b) $B : \frac{3x^2 - 3y^2}{5xy} = \frac{15x^2y}{2y - 2x}.$

3B. Tìm các phân thức M và N thỏa mãn:

a) $M \cdot \frac{x^2 - 36}{x^2 + 2x + 1} = \frac{4x - 24}{5x + 5};$

b) $N : \frac{x^2 - 9y^2}{x^2y^2} = \frac{3xy}{2x - 6y}.$

Dạng 4. Bài tập tổng hợp về các phép tính với phân thức

4A. Cho biểu thức $P = \left(\frac{15-x}{x^2-25} + \frac{2}{x+5}\right) : \frac{x+1}{2x^2-10x}.$

 a) Rút gọn biểu thức P .

 b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x=1$.

 c) Chứng tỏ $P = 2 + \frac{-2}{x+1}$. Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức P nhận giá trị nguyên.

4B. Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+1}{x-3}$ và $B = \frac{2x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} + \frac{3-11x}{9-x^2}.$

 a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=0$.

 b) Rút gọn biểu thức B .

 c) Xét biểu thức $P = \frac{B}{A}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức P

nhận giá trị nguyên.

Dạng 4. Bài toán thực tế về phép nhân và phép chia phân thức
5A. Một ca nô đi 72km xuôi dòng trên một khúc sông, sau đó lại đi 54km ngược dòng khúc sông đó hết tất cả 6 giờ. Biết vận tốc riêng của ca nô là x km/h và vận tốc của dòng nước là 3km/h.

 a) Viết phân thức theo biến x biểu thị thời gian ca nô đi xuôi dòng.

 b) Viết phân thức theo biến x biểu thị thời gian ca nô đi ngược dòng.

 c) Viết phân thức theo biến x biểu thị tổng thời gian ca nô đi xuôi dòng và ngược dòng.

d) Tính vận tốc riêng của ca nô.

5B. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nếu chỉ mở vòi I chảy trong 3 giờ rồi khóa lại và mở vòi II chảy trong 18 giờ thì đầy bể. Biết thời gian vòi I chảy riêng đầy bể kể từ khi bể không có nước là x giờ.

- Viết phân thức theo biến x biểu thị lượng nước mỗi giờ vòi I chảy vào bể.
- Viết phân thức theo biến x biểu thị lượng nước mỗi giờ vòi II chảy vào bể.
- Viết phân thức theo biến x biểu thị tổng lượng nước trong bể khi mở vòi I trong 3 giờ và mở vòi II trong 18 giờ.
- Tính thời gian vòi I chảy riêng đầy bể.

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

1A. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \frac{8}{(x^2+3)(x^2-1)} + \frac{2}{x^2+3} + \frac{1}{x+1}$; b) $B = \frac{x^3+x^2-2x-20}{x^2-4} - \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-2}$.

1B. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $M = \frac{x^3}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$; b) $N = \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right) \cdot \left(\frac{x^2+y^2}{2xy} + 1 \right) \cdot \frac{xy}{x^2+y^2}$.

2A. a) Tính hiệu $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+3}$.

b) Sử dụng kết quả câu a, rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{3}{k(k+3)} + \frac{3}{(k+3)(k+6)} + \frac{3}{(k+6)(k+9)}.$$

c) Sử dụng kết quả câu b, tính nhanh giá trị biểu thức:

$$M = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{25.28}.$$

2B. a) Tính hiệu $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+4}$.

b) Sử dụng kết quả câu a, rút gọn biểu thức sau:

$$B = \frac{4}{n(n+4)} + \frac{4}{(n+4)(n+8)} + \frac{4}{(n+8)(n+12)}.$$

c) Sử dụng kết quả câu b, tính nhanh giá trị biểu thức:

$$N = \frac{4}{2.6} + \frac{4}{6.10} + \frac{4}{10.14} + \dots + \frac{4}{34.38}.$$

3A. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) S = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}};$$

$$b) T = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}.$$

3B. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) P = \frac{\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}}{\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x}}$$

$$b) Q = \frac{1 - \frac{2}{x+1}}{1 - \frac{x^2-2}{x^2-1}}.$$

4A. Cho biểu thức $P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{1}{2-x}.$

a) Tìm điều kiện xác định của P và rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P tại $x=0$.

c) Chứng minh $P = 1 - \frac{2}{x-2}$. Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

4B. Cho biểu thức $Q = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}.$

a) Tìm điều kiện xác định của Q và rút gọn biểu thức Q .

b) Tính giá trị của Q tại $x=1$.

c) Xét biểu thức $R = Q \cdot x$. Chứng minh $R = 4 + \frac{12}{x-3}$. Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức R nhận giá trị nguyên.

5A. Một người đi bộ từ A đến C . Quãng đường AC dài 10 km, gồm hai đoạn nhỏ: đoạn AB lên dốc dài 6 km và đoạn BC xuống dốc dài 4 km. Khi lên dốc người đó đi với vận tốc x km/h.

a) Viết phân thức theo biến x biểu thị thời gian người đó đi lên dốc.

b) Khi xuống dốc, người đó đi với vận tốc gấp đôi vận tốc khi lên dốc. Viết phân thức theo biến x biểu thị thời gian người đó đi xuống dốc.

c) Viết phân thức theo biến x biểu thị tổng thời gian người đó đi lên dốc và xuống dốc.

d) Biết tổng thời gian người đó đi lên dốc và xuống dốc là 2 giờ 40 phút. Tính vận tốc của người đó khi lên dốc.

5B. Để hoàn thành 90 sản phẩm trong một số ngày theo kế hoạch, mỗi ngày một công nhân phải hoàn thành x sản phẩm.

a) Viết phân thức theo biến x biểu thị thời gian người công nhân hoàn thành 90 sản phẩm.

b) Thực tế, nhờ cải tiến kĩ thuật, mỗi ngày người công nhân làm vượt mức kế hoạch là 5 sản phẩm. Viết phân thức theo biến x biểu thị thời gian người công nhân hoàn thành 90 sản phẩm khi đó.

c) Biết người công nhân hoàn thành 90 sản phẩm sớm hơn kế hoạch là 3 ngày. Tính số sản phẩm mỗi ngày người công nhân phải làm theo kế hoạch.

CHỦ ĐỀ 6: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC NHẤT

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình một ẩn

+ Phương trình một ẩn x là phương trình có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó *vế trái* $A(x)$ và *vế phải* $B(x)$ là hai biểu thức của biến x .

+ Số x_0 là **ng nghiệm** của phương trình $A(x) = B(x)$ nếu tại $x = x_0$, $A(x)$ và $B(x)$ có cùng giá trị.

+ Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình cũng được gọi là **tập nghiệm** của phương trình đó và thường được kí hiệu là S .

+ Giải một phương trình nghĩa là tìm tất cả các nghiệm của nó.

2. Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

+ Phương trình bậc nhất một ẩn x là phương trình có dạng $ax + b = 0$, với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$.

+ Hai quy tắc giải phương trình:

- Trong một phương trình, ta có thể chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia và đổi dấu số hạng đó (Quy tắc chuyển vế).

- Trong một phương trình, ta có thể nhân (hoặc chia) hai vế với (cho) một số khác 0

+ Phương trình bậc nhất $ax + b = 0 (a \neq 0)$ được giải như sau:

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

+ Phương trình bậc nhất $ax + b = 0 (a \neq 0)$ có nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$.

3. Phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$

Sử dụng hai quy tắc giải phương trình ta có thể đưa một số phương trình ẩn x về dạng $ax + b = 0$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xét xem một số cho trước có là nghiệm của phương trình hay không?

Phương pháp giải: Để xem số x_0 có là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ hay không, ta tính các giá trị $A(x_0), B(x_0)$ của hai vế và so sánh hai kết quả.

+ Nếu hai kết quả như nhau (tức là $A(x_0) = B(x_0)$) thì x_0 là nghiệm của phương trình đã cho.

+ Nếu hai kết quả khác nhau (ta viết $A(x_0) \neq B(x_0)$) thì x_0 không là nghiệm của phương trình đã cho.

Ví dụ: Cho phương trình $3x - 7 = 5 - x$. Giải thích vì sao:

a) $x = 4$ không là nghiệm của phương trình.

b) $x = 3$ là nghiệm của phương trình.

1A. Cho phương trình $4x - 7 = 5 + x$.

Kiểm tra xem $x = 3$ và $x = 4$ số nào là nghiệm của phương trình đã cho?

1B. Cho phương trình $t^2 - 3t + 2 = 1 - t$.

Kiểm tra xem $t = 1$ và $t = 2$ số nào là nghiệm của phương trình đã cho?

2A. Hãy xét xem số 1 có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

a) $x + 2 = 4 - x$; b) $3.(x + 1) = 4 - (3 - x)$.

2B. Hãy xét xem số -2 có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

a) $3x + 1 = 3 - x$; b) $x + 7 = 4.(x + 3) - 2x - 3$.

Dạng 2. Nhận dạng phương trình bậc nhất một ẩn

Phương pháp giải: Dựa vào định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn.

3A. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn? Vì sao ?

a) $2x + 5 = 0$; b) $4x - 1 = 0$; c) $-x + 9 = 0$;
d) $0.x + 4 = 0$; e) $7 - 0,5x = 0$; f) $5.x = 0$.

3B. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn?

Vì sao ?

- a) $-3x+1=0$; b) $2,5x-\frac{1}{2}=0$; c) $x^2-4=0$;
d) $0.x-3=0$; e) $\frac{1}{3}-\frac{1}{3}x=0$; f) $\frac{5}{3}x=0$.

Dạng 3. Giải phương trình bậc nhất một ẩn

Phương pháp giải: Phương trình bậc nhất $a \cdot x + b = 0$ ($a \neq 0$) được giải như lý thuyết.

4A. Giải các phương trình sau:

- a) $3x-6=0$; b) $7-2x=0$;
c) $\frac{4}{5}x+\frac{2}{15}=0$; d) $1,25+0,25x=0$.

4B. Giải các phương trình sau:

- a) $4x+12=0$; b) $8,4-1,2x=0$;
c) $\frac{4}{9}+2\frac{2}{3}x=0$; d) $0,2x+\frac{6}{5}=0$.

Dạng 4. Giải phương trình đơn giản bằng cách biến đổi về dạng $ax+b=0$

Phương pháp giải: Sử dụng hai quy tắc giải phương trình, quy tắc dấu ngoặc, rút gọn biểu thức đại số, ... để biến đổi phương trình về dạng $ax+b=0$.

5A. Giải các phương trình sau:

- a) $8x-5=2x+13$; b) $6x-4+x=3.(x+4)$;
c) $3x-(5-2x)=4(x+1)-10$; d) $3.(x-4)-(x+5)=6x-(5+2x)$.

5B. Giải các phương trình sau:

- a) $x+7=4x-5$; b) $9x-12-2x=6+x$;
c) $2x+(5-3x)=15-5(x-2)$; d) $x-2(x+3)-4=4x-(8+3x)$.

6A. Giải các phương trình sau

- a) $\frac{4x-5}{3}=\frac{1+3x}{2}$; b) $\frac{10x+3}{12}-1=\frac{6x+8}{9}$;
c) $\frac{7x-1}{6}+2x=\frac{16-x}{5}$; d) $\frac{7-3x}{12}+\frac{3}{4}=2(x-2)+\frac{5.(5-2x)}{6}$.

6B. Giải các phương trình sau:

- a) $\frac{2x+1}{4}=\frac{-x-5}{6}$; b) $x-\frac{x+1}{3}=\frac{2x+1}{5}$;

c)
$$\frac{3(x-11)}{4} = \frac{3(x+1)}{5} + \frac{2x+5}{10};$$

d)
$$\frac{3(x+3)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5x+9}{3} - \frac{7x-9}{4}$$

7A. Giải các phương trình sau:

a) $25x - 2.(5 + 20x) = 25 - 15x;$

b) $3.(2x - 5,5) + 4.(1,1 - x) = 2(x - 6) - 0,1;$

c)
$$\frac{x-4}{5} + \frac{3x-2}{10} - x = \frac{2x-5}{3} - \frac{7x+2}{6}.$$

7B. Giải các phương trình sau:

a) $3.(2x - 3) - 5x = 9x - 2.(4x + 1);$

b)
$$\frac{x-2}{4} - \frac{x}{12} = \frac{x-1}{6} - \frac{1}{3};$$

c)
$$2.\left(\frac{1}{2} - x\right) + 6.\left(x - \frac{3}{4}\right) = 8.\left(\frac{x-3}{2} + 1\right) - \frac{1}{2}.$$

Dạng 5a. Tìm giá trị của ẩn để biểu thức nhận giá trị cho trước

Phương pháp giải: Để giải các bài tập dạng này, ta thay giá trị cho trước của biểu thức vào công thức, từ đó tìm giá trị của ẩn.

8A. Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không quá lớn thì công thức áp suất khí quyển tương ứng với độ cao (so với mực nước biển) có dạng $p = -0,08.h + 760$, trong đó $h(m)$ là độ cao so với mực nước biển, $p(mmHg)$ là áp suất khí quyển ứng với độ cao h . Hãy tính độ cao của cao nguyên Mộc Châu (Sơn La) so với mực nước biển biết áp suất khí quyển tại đây khoảng 676mmHg.

8B. Một nhà máy sản xuất xi măng có sản lượng hàng năm được tính theo công thức $T = 12,5(n - 2010) + 360$, trong đó T là sản lượng xi măng (đơn vị tấn) và n là năm nhà máy đạt được sản lượng T . Theo công thức trên, nhà máy sẽ đạt sản lượng 535 tấn vào năm nào?

9A. Do hoạt động công nghiệp thiếu kiểm soát của con người làm cho nhiệt độ Trái Đất tăng lên một cách đáng lo ngại. Các nhà khoa học đưa ra dự báo nhiệt độ trung bình trên bề mặt Trái Đất theo công thức $T = 0,02t + 15$, trong đó T là nhiệt độ trung bình mỗi năm ($^{\circ}C$), t là số năm tính từ năm 1950.

a) Hãy tính nhiệt độ trung bình bề mặt Trái Đất vào năm 2023.

b) Vào năm nào nhiệt độ trung bình bề mặt Trái Đất khoảng 17°C ?

9B. Qua nghiên cứu, người ta nhận thấy rằng mối quan hệ giữa nhiệt độ môi trường và lượng calo một người cần sử dụng để làm việc mỗi ngày tuân theo công thức $C = 135T + 165$, trong đó C là lượng calo cần sử dụng để làm việc mỗi ngày, T là nhiệt độ môi trường ($^{\circ}\text{C}$).

a) Hãy tính lượng calo một người cần sử dụng để làm việc nếu ngày hôm đó nhiệt độ môi trường là 35°C .

b) Một người chỉ cần dùng 3000 calo để làm việc trong ngày thì nhiệt độ ngày hôm đó là bao nhiêu?

Dạng 5b. Giải quyết bài toán thực tế dẫn tới phương trình một ẩn đưa được về dạng $ax + b = 0$

Phương pháp giải: Để giải các bài tập dạng này, ta cần tìm biểu diễn được các đại lượng theo biến cho trước, từ đó sử dụng mối quan hệ của hai đại lượng để tìm giá trị của biến.

10A. Để phục vụ nhu cầu của khách hàng trong dịp Tết, cửa hàng An Khang nhập về 20 thùng bánh loại nhỏ và 30 thùng bánh loại to. Tuần sau đó, cửa hàng nhập tiếp 30 thùng bánh loại nhỏ và 24 thùng bánh loại to. Biết rằng mỗi thùng bánh loại to có 10 hộp bánh và số hộp bánh nhập của cả hai đợt là như nhau.

a) Gọi x ($x \in \mathbb{N}$) là số hộp bánh trong mỗi thùng bánh loại nhỏ. Viết phương trình biểu thị tổng số hộp bánh nhập về trong hai đợt là bằng nhau.

b) Giải phương trình nhận được ở câu a để tìm số hộp bánh trong mỗi thùng bánh loại nhỏ.

10B. Một công ty vận chuyển nhận hai đơn vận chuyển tại hai kho hàng. Tại kho A, công ty điều động 18 xe loại I và 24 xe loại II. Tại kho B, công ty điều động 12 xe loại I và 34 xe loại II. Biết xe loại II có tải trọng 3 tấn, khối lượng hàng vận chuyển ở hai kho là như nhau và tất cả các chuyến xe đều chở tối đa theo tải trọng của xe.

a) Gọi x (tấn) ($x > 0$) là tải trọng của xe loại I. Viết phương trình biểu thị khối lượng hàng vận chuyển ở hai kho là như nhau.

b) Giải phương trình nhận được ở câu a để tìm tải trọng của xe loại I.

11A. Một siêu thị thực hiện chương trình khuyến mại. Trong đó, loại bánh Socola Kit Kat có giá 35000 đồng và được giảm 10% so với giá niêm yết tính từ hộp thứ hai trở đi. Mẹ Mai mua một số hộp bánh loại này và



khi thanh toán thì hết 161 000 đồng.

- Gọi $x (x \in \mathbb{N})$ là số hộp bánh Socola Kit Kat mẹ Mai đã mua. Biểu thị số hộp bánh được giảm giá theo số hộp bánh đã mua.
- Biểu thị số tiền mẹ Mai phải trả theo x .
- Viết phương trình biểu thị sự kiện tổng số tiền phải trả là 161000 đồng. Từ đó giải phương trình để tính số hộp bánh mà mẹ Mai đã mua.

11B. Một cửa hàng pizza có chương trình khuyến mại giảm 20% cho bánh pizza hải sản với giá ban đầu là 180 000 đồng/chiếc. Nếu khách hàng có thẻ VIP thì được giảm thêm 5% trên giá ban đầu cho mỗi thẻ VIP. Một nhóm nhân viên văn phòng đặt mua 20 chiếc pizza hải sản ở cửa hàng trên và thanh toán hết 2 808 000 đồng.

- Gọi x (chiếc) ($x \in \mathbb{N}$) là số pizza được mua với thẻ VIP. Biểu thị số pizza không được mua với thẻ VIP.
- Biểu thị số tiền mà nhóm nhân viên phải trả theo x .
- Viết phương trình biểu thị tổng số tiền phải trả là 2 808 000 đồng. Từ đó giải phương trình để tính số pizza được mua với thẻ VIP.

BÀI 2. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bước 1. Lập phương trình:

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình

Bước 3. Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Bài toán chuyển động

Phương pháp giải: Khi giải các bài toán thuộc dạng này, cần chú ý một số kiến thức sau đây:

- Công thức: $S = v.t$ (S là quãng đường; v là vận tốc; t là thời gian)
- Khi chuyển động có lực cản (của gió, của dòng nước, ...) thì cần chú ý khi tính vận tốc xuôi và ngược chiều với lực cản như sau:

$$V_{xuôi} = V_{thực} + V_{cản}$$

$$V_{ngược} = V_{thực} - V_{cản}$$

1A. Một ô tô đi từ Hà Giang về Hà Nội với vận tốc 60 km/h rồi từ Hà Nội về Hà Giang với vận tốc 50 km/h. Thời gian lúc đi ít hơn thời gian lúc về 1 giờ. Tính quãng đường từ Hà Giang đến Hà Nội.

1B. Lúc 6 giờ, một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Lái xe giao hàng tại B trong 30 phút rồi quay lại A với vận tốc 30 km/h. Tính quãng đường AB biết rằng ô tô về đến A lúc 10 giờ cùng ngày.

2A. Một tàu chở hàng khởi hành từ Thành phố Hồ Chí Minh với vận tốc 36 km/h. Sau đó 2 giờ một tàu chở khách cũng đi từ đó với vận tốc 48 km/h đuổi theo tàu hàng. Hỏi tàu chở khách đi bao lâu thì gặp tàu chở hàng?

2B. Lúc 7 giờ sáng, một người đi xe đạp khởi hành từ A với vận tốc 10 km/h. Sau đó, lúc 8 giờ 40 phút, một người khác đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 30 km/h. Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ?

3A. Một ca nô đi xuôi khúc sông từ A đến B hết 1 giờ 10 phút và đi ngược dòng từ B về đến A hết 1 giờ 30 phút. Biết vận tốc dòng nước là 2 km/giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô khi nước yên lặng.

3B. Một ca nô xuôi dòng từ A đến bến B mất 5 giờ và ngược từ B về A mất 7 giờ. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B, biết vận tốc của dòng nước là 3 km/ giờ.

Dạng 2. Bài toán tính chu vi và diện tích hình chữ nhật

Phương pháp giải: Khi giải các bài toán thuộc dạng này, cần chú ý một số kiến thức sau đây:

- Chu vi hình chữ nhật: $C = (a + b).2$

- Diện tích hình chữ nhật: $S = a.b$

Trong đó, a, b là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

4A. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 56m. Nếu tăng chiều dài thêm 3m và giảm chiều rộng 1m thì diện tích khu vườn tăng thêm $5m^2$. Tính diện tích của khu vườn.

4B. Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Nếu tăng mỗi cạnh thêm 5m thì diện tích khu vườn tăng thêm $385m^2$. Tính các kích thước của khu đất.

Dạng 3. Bài toán năng suất

Phương pháp giải: Khi giải các bài toán thuộc dạng này, cần chú ý một số kiến thức sau đây:

- Công thức: $A = N.t$ (A là khối lượng công việc; N là năng suất lao động; t là thời gian lao động)

- Các bài toán liên quan đến công việc làm chung, làm riêng, ta coi cả công việc là 1 đơn vị và biểu diễn khối lượng công việc của mỗi đối tượng theo cùng một đơn vị thời gian (ngày, giờ...). Từ đó thiết lập phương trình.

5A. Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, theo đó mỗi ngày phải khai thác 40 tấn than. Nhưng khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 45 tấn than. Do đó đội đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày và còn vượt mức 10 tấn than. Hỏi theo kế hoạch đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?

5B. Một đội công nhân nhà máy quạt phải ráp một số quạt trong 118 ngày. Vì đã vượt định mức mỗi ngày 48 chiếc nên chỉ sau 110 ngày đội công nhân đã ráp xong số quạt được giao và còn ráp thêm được 272 chiếc quạt nữa. Hỏi theo định mức mỗi ngày đội phải ráp được bao nhiêu chiếc quạt?

Dạng 4. Bài toán tỉ số phần trăm

Phương pháp giải: Khi giải các bài toán thuộc dạng này, cần chú ý một số kiến thức sau đây:

+ Tính $m\%$ của số a cho trước, ta tính: $a \cdot \frac{m}{100}$

+ Nồng độ muối trong dung dịch nước muối sinh lí nồng độ 0,5% có nghĩa là trong 100 gam dung dịch có chứa 0,5 gam muối. Như vậy, trong x gam dung dịch này có $x \cdot 0,5\%$ gam muối.

6A. Anh Trung đi mua ti vi tại một cửa hàng điện máy thì thấy cửa hàng đang thực hiện chương trình khuyến mại giảm giá 25%. Do có thẻ khách hàng thân thiết của cửa hàng nên anh được giảm thêm 5% trên giá đã giảm. Vì vậy, anh Trung chỉ phải trả 8,55 triệu đồng cho chiếc ti vi đó. Hỏi giá niêm yết của chiếc ti vi này là bao nhiêu?

6B. Một nhà hàng thực hiện chương trình tri ân khách hàng như sau: Giảm 15% trên tổng hóa đơn, nếu khách hàng có sinh nhật trong tháng thì giảm thêm 10% trên giá đã giảm. Tháng 12 là sinh nhật của anh Hoàng, anh đã tổ chức sinh nhật tại nhà hàng trên và chỉ phải trả 1 224 000 đồng. Hỏi nếu không được hưởng ưu đãi trên thì anh Hoàng phải trả bao nhiêu tiền?

7A. Nhân dịp Black Friday, một cửa hàng đã thực hiện chương trình giảm giá 20% tất cả sản phẩm quần, áo, váy và giảm giá 30% với các sản phẩm là phụ kiện trong cửa hàng. Chị Trang mua tại cửa hàng này một chiếc váy và một túi xách với tổng

giá niêm yết là 800 nghìn đồng. Thực tế, khi thanh toán, chị chỉ phải trả 605 nghìn đồng. Tính giá niêm yết của hai sản phẩm chị Trang đã mua.

7B. Trong tuần lễ khai trương cơ sở mới, một cửa hàng Pizza đã thực hiện chương trình khuyến mại như sau: Giảm giá 30% với combo Phát Tài và giảm giá 50% với combo Phát Lộc. Cô Xuân mua ở cửa hàng này 2 combo Phát Tài và 1 combo Phát Lộc thì thấy trên hóa đơn ghi giá niêm yết là 680 nghìn đồng và số tiền cô phải trả là 412 nghìn đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi loại combo là bao nhiêu?

8A. Bác Nam mang 600 triệu đồng, chia làm hai khoản để gửi tiết kiệm tại một ngân hàng. Khoản thứ nhất bác gửi trong 6 tháng với lãi suất 7,2% một năm, gốc quay vòng (nghĩa là không cộng lãi vào gốc ở chu kỳ tiếp theo). Khoản thứ hai bác trong 1 năm gửi với lãi suất 7,7% một năm, gốc quay vòng. Sau một năm, bác Nam thu được 44,2 triệu đồng tiền lãi. Hỏi bác Nam đã gửi tiết kiệm mỗi khoản bao nhiêu tiền?

8B. Cô Hồng đầu tư 400 triệu đồng vào hai khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,5% một năm. Cuối năm, cô Hồng nhận về 431,4 triệu đồng cả tiền gốc và lãi. Hỏi cô Hồng đã đầu tư vào mỗi khoản bao nhiêu tiền?

9A. Cần trộn bao nhiêu gam dung dịch muối ăn nồng độ 5% với bao nhiêu gam dung dịch muối ăn nồng độ 20% để được 400g dung dịch muối ăn nồng độ 8%?

9B. Cần trộn bao nhiêu gam dung dịch acid nồng độ 50% với bao nhiêu gam dung dịch acid nồng độ 20% để được 300g dung dịch acid nồng độ 30%?

10A. Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 350 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai, tổ I sản xuất vượt mức 20%, tổ II vượt mức 30%. Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 435 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

10B. Hai tổ công nhân trong một công xưởng, sản xuất được 600 sản phẩm trong tháng đầu. Sang tháng thứ hai, tổ I làm vượt mức 30%, nhưng tổ II chỉ đạt 90%. Do đó cuối tháng hai, cả hai tổ sản xuất được 680 sản phẩm. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Dạng 5. Một số bài toán thực tế khác

Phương pháp giải: Khi giải các bài toán thuộc dạng này, cần chú ý đọc kỹ các thông tin được cung cấp trong đề bài, từ đó chọn ra dữ liệu phù hợp với yêu cầu của bài toán.

11A. Anh Bình đang là sinh viên của trường Đại học Thăng Long và mới chuyển sang dùng số điện thoại của nhà mạng X. Vì là sinh viên nên anh được hỗ trợ 2 gói

cước ưu đãi như sau:

Tên gói cước	Giá gói cước (đồng/tháng)	Ưu đãi
Năng động	70 000	- Miễn phí gọi nội mạng - Miễn phí tin nhắn nội mạng - Giảm cước gọi ngoại mạng còn 250 đồng/phút
Nhiệt huyết	50 000	- Miễn phí gọi nội mạng - Miễn phí tin nhắn nội mạng - Giảm cước gọi ngoại mạng còn 650 đồng/phút

a) Gọi x là số phút anh Bình gọi trong một tháng. Em hãy lập biểu thức biểu diễn số tiền anh Bình phải trả trong một tháng khi sử dụng mỗi gói cước nói trên (tính theo đơn vị đồng).

b) Số phút gọi ngoại mạng anh Bình đã gọi trong tháng là bao nhiêu nếu tiền anh trả cho cả hai gói cước là như nhau?

11B. Bảng giá bán lẻ điện sinh hoạt (chưa tính thuế VAT) được thể hiện ở bảng sau:

Bậc	Mô tả	Giá bán điện (đồng/kWh)
1	Cho kWh từ 0 – 50	1 678
2	Cho kWh từ 51 – 100	1 734
3	Cho kWh từ 101 – 200	2 014
4	Cho kWh từ 201 – 300	2 536
5	Cho kWh từ 301 – 400	2 834
6	Cho kWh từ 401 trở lên	2 927

a) Tính số tiền cần trả (chưa tính thuế VAT) khi tiêu thụ 20kWh điện.

b) Hóa đơn tiền điện tháng 3/2023 của gia đình bà Nguyễn Thị Ngọc Lâm là 243045 đồng. Hỏi tháng 3/2023, gia đình bà Nguyễn Thị Ngọc Lâm đã sử dụng hết bao nhiêu kWh điện? Biết rằng, hóa đơn tiền điện đã tính thêm 10% thuế suất giá trị gia tăng.

BÀI 3. KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm hàm số

+ Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x được gọi là biến số.

+ Khi y là hàm số của x , ta thường viết: $y = f(x); y = g(x); \dots$ Chẳng hạn hàm số $y = 2x + 1$ còn được viết là $y = f(x) = 2x + 1$. Khi đó, thay cho cách nói "khi x bằng 1 thì giá trị tương ứng của y là 3", ta viết ngắn gọn là $f(1) = 3$.

+ Hàm số có thể cho bởi bảng, bằng công thức, bằng biểu đồ, ...

2. Mặt phẳng tọa độ

+ Hệ trục tọa độ Oxy gồm hai trục số Ox, Oy vuông góc với nhau và cắt nhau tại gốc O của mỗi trục số. Ox thường vẽ nằm ngang, gọi là trục hoành. Oy thường vẽ thẳng đứng, gọi là trục tung.

+ Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy được gọi là mặt phẳng tọa độ.

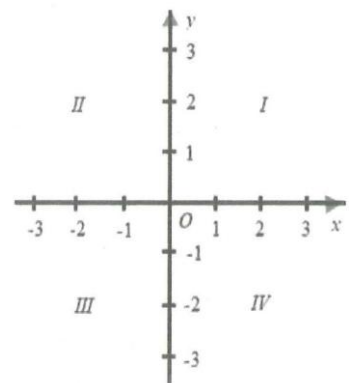
+ Trong mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm M xác định duy nhất một cặp số $(x_0; y_0)$ và mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ xác định duy nhất một điểm M .

+ Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là tọa độ của điểm M và kí hiệu $M(x_0; y_0)$

, x_0 là hoành độ; y_0 là tung độ của điểm M .

+ Các điểm có hoành độ bằng 0 nằm trên trục tung; điểm có tung độ bằng 0 nằm trên trục hoành.

+ Hệ trục tọa độ Oxy chia mặt phẳng tọa độ thành 4 góc phần tư (góc phần tư I, II, III, IV) như hình vẽ.



3. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính giá trị của hàm số (biến số) khi biết giá trị tương ứng của biến số (hàm số)

Phương pháp giải: Để tính giá trị của hàm số (biến số) khi biết giá trị tương ứng của

biến số (hàm số) ta thay giá trị đã biết của đại lượng này vào công thức hàm số. Từ đó tìm giá trị tương ứng của đại lượng kia.

1A. Cho hàm số $y = f(x) = 5x$. Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi x nhận các giá trị lần lượt là $-3; -1; 0; 1; 3$.

1B. Cho hàm số $y = f(x) = -2x$. Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi x nhận các giá trị lần lượt là $-4; -2; 0; 2; 4$

2A. Cho hàm số $y = f(x) = 3x - 4$.

a) Tính $f(0); f(-1)$;

b) Hoàn thành bảng sau:

x	-1			3	-2
$y = f(x)$		-1	-4		

2B. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{6}{x}$.

a) Tính $f(-3); f(8)$;

b) Hoàn thành bảng sau:

x	2	-1		3	
$y = f(x)$			-1,5		0,5

3A. Cho hai hàm số $y = f(x) = -x - 6$ và $y = g(x) = 2x + 3$

a) Tính $f(4); g(-2); g\left(\frac{1}{2}\right)$;

b) Tìm x biết $g(x) = -15$;

c) Với giá trị nào của x thì giá trị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ bằng nhau?

3B. Cho hai hàm số $y = f(x) = 3x - 1$ và $y = g(x) = -2x + 4$

a) Tính $f(1); f\left(\frac{-1}{3}\right); g\left(\frac{1}{4}\right)$;

b) Tìm x biết $f(x) = -13$;

c) Với giá trị nào của x thì giá trị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ bằng nhau?

Dạng 2. Xác định hàm số cho bởi bảng, công thức

Phương pháp giải: Dựa vào định nghĩa hàm số

4A. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho bởi các bảng sau. Đại lượng y có phải là một hàm số của đại lượng x không? Vì sao?

a)

x	-9	-3	2	9	-2
y	4	-5	3	-1	4

b)

x	3	-2	1	3	0
y	1	4	3	-5	-2

4B. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho bởi các bảng sau. Đại lượng y có phải là một hàm số của đại lượng x không? Vì sao?

a)

x	4	-2	5	-2	6
y	2	-1	-1	-3	2

b)

x	-4	-6	5	2	-5
y	4	-7	1	-1	4

5A. Một ô tô đi được quãng đường s (km) với vận tốc v (km/h) trong khoảng thời gian 5 giờ.

a) Viết công thức tính quãng đường s ô tô đi được trong 5 giờ theo vận tốc v .

b) s có là hàm số của v không?

c) Tính quãng đường ô tô đi được khi xe đi với vận tốc 48 km/h.

5B. Giá cước gọi ngoại mạng của nhà mạng Viettel là 1190 đồng mỗi phút. Gọi A là số tiền cần trả sau khi sử dụng t (phút) gọi ngoại mạng bằng sim Viettel.

a) Viết công thức tính A theo thời gian t của cuộc gọi.

b) A có là hàm số của t không?

c) Tính cước cuộc gọi 15 phút.

6A. Cho biểu đồ đoạn thẳng mô tả nhiệt độ trung bình của một địa phương trong năm 2022



a) Tháng nào có nhiệt độ trung bình cao nhất và nhiệt độ trung bình đó là bao nhiêu?

b) Gọi y là nhiệt độ trung bình trong tháng x ($x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 12$). Hỏi y có phải là hàm số của x hay không?

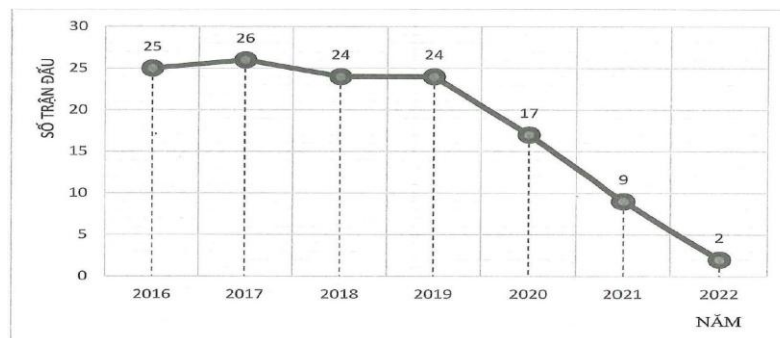
c) Tính giá trị của y khi $x=10$.

6B. Biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số trận đấu của cầu thủ Quang Hải trong Giải bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam.

a) Mùa giải nào Quang Hải thi đấu nhiều trận nhất và số trận là bao nhiêu?

b) Gọi y là số trận thi đấu trong năm x ($x \in \mathbb{N}; 2016 \leq x \leq 2022$). Hỏi y có là hàm số của x không?

c) Tính giá trị của y khi $x=2020$. Ý nghĩa của giá trị tìm được là gì?



Dạng 3. Xác định tọa độ của một điểm và biểu diễn một điểm trên mặt phẳng tọa độ

Phương pháp giải:

+ Để xác định tọa độ một điểm trên mặt phẳng tọa độ, ta lần lượt kẻ các đường vuông góc từ điểm đó xuống trục hoành (để xác định hoành độ) và xuống trục tung (để xác định tung độ).

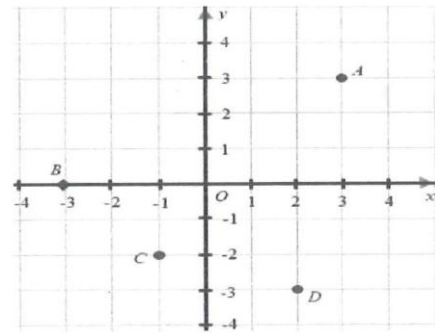
+ Khi viết tọa độ một điểm, cần viết hoành độ trước, tung độ sau.

+ Để biểu diễn một điểm trên mặt phẳng tọa độ, khi biết tọa độ $(x_0; y_0)$ của điểm đó ta làm như sau:

- Từ điểm x_0 trên trục hoành kẻ đường thẳng vuông góc với trục hoành;
- Từ điểm y_0 trên trục tung kẻ đường thẳng vuông góc với trục tung;
- Giao điểm của hai đường thẳng vừa vẽ chính là điểm cần biểu diễn.

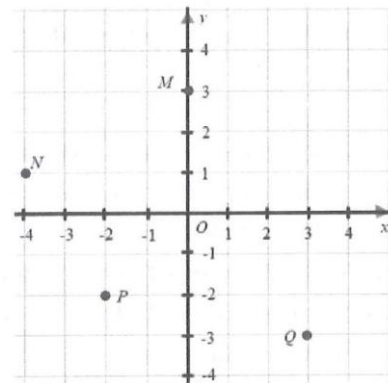
7A. a) Xác định tọa độ của các điểm A, B, C, D trong hình vẽ.

b) Xác định các điểm $E(2; -1)$ và $F(-3; -2)$ trong hình vẽ.



7B. a) Xác định tọa độ của các điểm M, N, P, Q trong hình vẽ.

b) Xác định các điểm $H(2; 0)$ và $K(0; -2)$ trong hình vẽ.



8A. a) Biểu diễn các điểm sau lên mặt phẳng tọa độ Oxy rồi cho biết chúng thuộc góc phần tư thứ mấy?

$$A(-3; 4); B(2; 1); C(-2; -2); D(4; -1)$$

b) Nêu nhận xét về dấu hoành độ và tung độ của các điểm trong mỗi góc phần tư.

8B. a) Biểu diễn các điểm sau lên mặt phẳng tọa độ Oxy rồi cho biết điểm nào nằm trên trục hoành, điểm nào nằm trên trục tung?

$$E(4;0); F(-1;-1); G(0;-2); H(0;3); K(-1;0)$$

b) Nêu nhận xét về hoành độ và tung độ của các điểm nằm trên trục hoành và các điểm nằm trên trục tung?

Dạng 4. Vẽ đồ thị hàm số và xác định thông tin dựa vào đồ thị hàm số

Phương pháp giải: Để vẽ đồ thị của một hàm số, ta biểu diễn các điểm thuộc đồ thị hàm số lên mặt phẳng tọa độ rồi kết luận.

9A. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cho bởi bảng sau:

x	-4	-1	1	2
$y = f(x)$	-2	1	3	4

9B. Hàm số $y = f(x)$ cho bởi bảng sau:

x	-3	0	1	3
$y = f(x)$	2	-1	-2	-4

Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

BÀI 4. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất là hàm số cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

2. Đồ thị của hàm số bậc nhất

+ Đồ thị của hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$ là một đường thẳng

+ Đồ thị của hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$ còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$.

3. Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

Chú ý: Tùy vào giá trị của hệ số $a; b$ ta có thể chọn giá trị của $x; y$ sao cho dễ tính toán. Mục tiêu cuối cùng là xác định được hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số, vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận dạng hàm số bậc nhất

Phương pháp giải: Dựa vào định nghĩa hàm số bậc nhất.

1A. Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định hệ

số a, b của chúng.

- a) $y = 2x + 3$; b) $y = 2 - 0,5x$; c) $y = 0x + 4$;
 d) $y = -\sqrt{3}x$; e) $y = 4x^2 + 1$; f) $y = \frac{x}{2}$.

1B. Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định hệ số a, b của chúng.

- a) $y = x + 4$; b) $y = 2 - 1,5x$; c) $y = \frac{1}{2}x$;
 d) $y = \sqrt{2}$; e) $y = 2(x + 1) - 3$; f) $y = 1 - 2x^2$;

2A. Với giá trị nào của m thì hàm số sau là hàm số bậc nhất?

- a) $y = mx + 4$; b) $y = (m - 2)x - 1$;
 c) $y = \frac{m+2}{m-2}x + 3m$; d) $y = m^2x + m + 1$.

2B. Với giá trị nào của m thì hàm số sau là hàm số bậc nhất?

- a) $y = mx - 2m + 4$; b) $y = (6 - 3m)x + 2$;
 c) $y = \frac{m-1}{m+1}x - m$; d) $y = (m^2 + 2m + 1)x - m - 2$.

Dạng 2. Tính giá trị của hàm số

Phương pháp giải: Để tìm giá trị của hàm số tại một giá trị đã cho của biến, ta thay giá trị đó của biến số vào công thức hàm số và tính giá trị biểu thức số nhận được. Ngược lại, muốn tìm giá trị của biến số khi đã biết giá trị tương ứng của hàm số, ta thay giá trị của hàm số vào công thức hàm số đã cho rồi giải phương trình nhận được

3A. Cho hàm số $y = 2x + 3$.

a) Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x + 3$					

b) Tìm giá trị của x sao cho $y = 11$.

3B. Cho hàm số $y = -3x + 5$.

a) Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -3x + 5$					

b) Tìm giá trị của x sao cho $y = -19$.

4A. Cho hàm số $y = ax + 1$.

a) Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 0,5$ thì $y = 2$.

b) Với giá trị a vừa tìm được, hãy hoàn thành bảng sau:

x	-4	-2	0	2	4
y					

4B. Cho hàm số $y = ax - 4$.

a) Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 3$ thì $y = 2$.

b) Với giá trị a vừa tìm được, hãy hoàn thành bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
y					

Dạng 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

Phương pháp giải: Xem phần tóm tắt kiến thức.

5A. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = x + 3$; b) $y = 2x - 5$; c) $y = -1,5x$.

5B. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = x - 2$; b) $y = -2x + 4$; c) $y = \frac{2}{3}x$.

6A. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 6$?

$A(0; -6); B(-1; -3); C(-2; 0); D(1; -3)$

6B. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = -2x + 8$?

$M(2; 4); N(4; 0); P(-2; 4); Q(8; 0)$.

7A. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 2$.

a) Tìm giá trị của m biết đồ thị hàm số trên đi qua điểm $M(-1; 3)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được.

7B. Cho hàm số $y = (m + 3)x - 1$.

a) Tìm giá trị của m biết đồ thị hàm số trên cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được.

8A. a) Chứng minh rằng đường thẳng $y = mx + 5$ luôn đi qua điểm $M(0; 5)$ với mọi

giá trị của m .

b) Chứng minh đường thẳng $y = mx - m + 4$ luôn đi qua điểm $N(1; 4)$ với mọi giá trị của m .

c) Chứng minh đường thẳng $y = (m - 1)x + 2m + 2$ luôn đi qua điểm $P(-2; 4)$ với mọi giá trị của m .

8B. a) Chứng minh đường thẳng $y = (m + 2)x + 4$ luôn đi qua điểm $A(0; 4)$ với mọi giá trị của m .

b) Chứng minh đường thẳng $y = (m - 1)x + m - 5$ luôn đi qua điểm $B(-1; -4)$ với mọi giá trị của m .

c) Chứng minh đường thẳng $y = (2m - 1)x - 4m + 2023$ luôn đi qua điểm $C(2; 2021)$ với mọi giá trị của m .

Dạng 4. Các bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc nhất

Phương pháp giải: Khi giải các bài toán thuộc dạng này, cần chú ý đọc kỹ thông tin để xác định đúng giá trị nào ứng với biến số, giá trị nào ứng với hàm số.

9A. Để đổi từ nhiệt độ F (Fahrenheit) sang độ C (Celsius), ta dùng công thức sau: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

a) C có là một hàm số bậc nhất của F hay không? Nếu có, hãy xác định hệ số a, b của hàm số này.

b) Hãy đổi $50^\circ F$ sang nhiệt độ C .

c) Tính nhiệt độ F khi biết nhiệt độ C là $100^\circ C$.

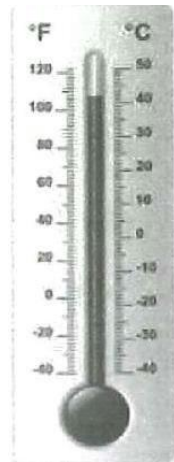
9B. Giá trị của một chiếc laptop sau thời gian sử dụng t (năm) được cho bởi công thức $G(t) = 19200000 - 1600000t$ (đồng).

a) G có là một hàm số bậc nhất của t hay không? Nếu có, hãy xác định hệ số a, b của hàm số này.

b) Sau 3 năm, giá trị của chiếc laptop là bao nhiêu?

c) Sau bao nhiêu năm thì giá trị của chiếc laptop còn lại là 8000000 đồng?

10A. Bạn Đức rất thích đi xe đạp thể thao và đang có ý định mua một chiếc xe có giá 2 000 000 đồng. Đức nghĩ nhờ bố mẹ giúp đỡ thì được bố mẹ tư vấn như sau: “Mỗi ngày bố mẹ sẽ cho Đức 10 000 đồng để bỏ vào lợn tiết kiệm. Nếu cuối học kì I Đức được học sinh Xuất sắc thì bố mẹ sẽ thưởng thêm 300 000 đồng nữa”.



- a) Hãy lập công thức biểu diễn số tiền y (đồng) mà Đức tiết kiệm được sau x (ngày). Khi đó, y có là một hàm số của x không?
- b) Sau 15 ngày, Đức tiết kiệm được bao nhiêu tiền?
- c) Nếu cuối học kì I, Đức không được học sinh Xuất sắc thì Đức cần bao nhiêu ngày để có đủ tiền mua xe đạp?
- d) Biết rằng, ngày bắt đầu tiết kiệm là ngày 05/9/2022, ngày kết thúc học kì I là ngày 14/01/2023 và Đức đạt học sinh Xuất sắc học kì I. Hỏi đến ngày nào thì Đức có đủ tiền để mua xe đạp?

10B. Bảng giá bán lẻ xăng dầu trong kì điều chỉnh ngày 21/02/2023 được Tập đoàn Xăng dầu Việt Nam (Petrolimex) công bố như bảng sau:

Mặt hàng	Đơn vị tính (Đã bao gồm thuế GTGT)	Vùng 1	Vùng 2
Xăng RON 95-V	Đồng/lít	24.350	24.830
Xăng RON 95-III	Đồng/lít	23.440	23.900
Xăng sinh học E5 RON 92-II	Đồng/lít	22.540	22.990

- a) Lập công thức biểu diễn số tiền y (đồng) cần trả khi mua x (lít) xăng RON 95-V tại vùng 1. Khi đó, y có là hàm số của x hay không?
- b) Tính số tiền cần trả khi mua 12 lít xăng RON 95-V tại vùng 1.
- c) Xe máy của anh Dương là dòng xe Honda Air Blade 125 cc có dung tích bình xăng 4,4 lít và mức tiêu thụ nhiên liệu 1,99 lít/100km. Nếu đổ đầy bình xăng này bằng xăng sinh học E5 RON 92-II tại vùng 1 thì anh Dương phải trả bao nhiêu tiền?
- d) Em có nhận xét gì về giá xăng cùng loại ở vùng 1 và vùng 2 (là vùng gồm các địa bàn xa cảng, xa kho đầu mối, xa cơ sở sản xuất xăng dầu)? Hãy đưa ra giải thích của em về sự khác biệt này?
- 11A.** Một công ty thời trang sản xuất một lô gồm 2000 chiếc áo với giá vốn là 300 000 000 đồng và dự kiến bán ra với giá 300 000 đồng cho mỗi chiếc áo. Gọi y (đồng) là số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà máy khi bán được x chiếc áo loại trên.
- a) Hãy lập công thức biểu diễn y theo x . Khi đó, y có là một hàm số của x

không?

b) Hỏi cần phải bán bao nhiêu chiếc áo mới có thể thu hồi được vốn bỏ ra ban đầu?

c) Sau đợt bán thứ nhất, chỉ riêng bán loại áo trên, công ty đã có lãi 150 000 000 đồng. Tính số áo đã bán được trong đợt bán này.

11B. Trong một xưởng sản xuất đồ gia dụng có tổng cộng 900 thùng hàng và mỗi ngày nhân viên sẽ lấy 30 thùng hàng để đi phân phối cho các đại lí.

a) Gọi y là số thùng hàng còn lại trong kho sau x ngày. Hãy lập hàm số y theo x .

b) Sau bao nhiêu ngày thì xưởng sẽ vận chuyển hết được 900 thùng hàng?

c) Biết rằng một thùng hàng có giá trị là 2 000 000 đồng và mỗi xe vận chuyển 30 thùng hàng trong mỗi ngày sẽ tốn 2 500 000 đồng. Hỏi sau khi bán hết tất cả thùng hàng thì xưởng sẽ lời bao nhiêu tiền?

BÀI 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hệ số góc của đường thẳng

+ Trong mặt phẳng Oxy , góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT , trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox , T là một điểm nào đó thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$).

+ a được gọi là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

+ Khi $a > 0$, α là góc nhọn. Khi $a < 0$, α là góc tù.

2. Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$):

- Song song với nhau khi $a = a'$ và $b \neq b'$.

- Trùng nhau khi $a = a'; b = b'$.

- Cắt nhau khi $a \neq a'$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định hệ số góc của đường thẳng

Phương pháp giải: Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là a .

1A. Xác định hệ số góc của mỗi đường thẳng sau:

a) $y = 4x + 1$; b) $y = 3 - 1,5x$;

c) $y = \frac{3}{4}(x + 4)$; d) $y = \frac{-2x + 3}{2}$.

1B. Xác định hệ số góc của mỗi đường thẳng sau:

a) $y = -5x + 7$; b) $y = 1 - x$;

c) $y = 0,3(x - 10)$; d) $y = \frac{6x + 1}{3}$.

2A. Tìm hệ số góc của đường thẳng $y = (m - 2)x + 4$ ($m \neq 2$) biết đường thẳng này đi qua điểm $A(2; 6)$

2B. Tìm hệ số góc của đường thẳng $y = (2m - 1)x + 5$ ($m \neq \frac{1}{2}$) biết đường thẳng này đi qua điểm $B(-1; -3)$.

Dạng 2. Nhận biết đường thẳng song song, đường thẳng cắt nhau

Phương pháp giải: Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau khi $a = a'$ và $b \neq b'$; cắt nhau khi $a \neq a'$.

3A. Chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau và các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = 3x - 2$; b) $y = 2 + 3x$;

c) $y = -3x - 2$; d) $y = 2 - 3x$.

3B. Chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau và các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = 5x + 3$; b) $y = 3 - 5x$;

c) $y = -5x - 3$; d) $y = 5x$.

Dạng 3. Tìm hàm số bậc nhất thỏa mãn yêu cầu cho trước

Phương pháp giải: Khi làm các bài tập ở dạng này, cần chú ý một số kiến thức sau:

+ Hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

+ Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là a .

+ Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau khi $a = a'$; $b \neq b'$; cắt nhau khi $a \neq a'$.

4A. a) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc $a = -3$ và đi qua điểm $M(2; -3)$.

b) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc $a = 2$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5 .

4B. a) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc $a = 1,5$ và đi qua điểm $M(4; -1)$.

b) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc $a = -3$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 .

5A. a) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ và đi qua điểm $A(-3; 2)$.

b) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và song song với đường thẳng $y = 4 - 3x$.

5B. a) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x + 5$ và đi qua điểm $A(4; -7)$.

b) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 và song song với đường thẳng $y = 4x + 1$.

Dạng 4. Tìm giá trị của tham số để hai đường thẳng song song hoặc cắt nhau

Phương pháp giải: Hai đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$ và $y = a'x + b' (a' \neq 0)$ song song với nhau khi $a = a'$ và $b \neq b'$; cắt nhau khi $a \neq a'$.

6A. a) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = (m + 1)x - 2 (m \neq -1)$ cắt đường thẳng $y = 3x + 1$.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = (m - 2)x + 4 (m \neq 2)$ song song với đường thẳng $y = -4x - 1$.

6B. a) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = (2m - 1)x + 3 \left(m \neq \frac{1}{2} \right)$ cắt đường thẳng $y = x - 1$.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = (3 - 2m)x - 5 \left(m \neq \frac{3}{2} \right)$ song song với đường thẳng $y = -3x + 2$.

7A. Cho hai đường thẳng $y = x + m + 1$ và $y = m^2.x + 3 - m (m \neq 0)$. Tìm các giá trị của m để hai đường thẳng trên:

- a) Cắt nhau;
- b) Song song với nhau.

7B. Cho hai đường thẳng $y = m^2 \cdot x + 2m + 1 (m \neq 0)$ và $y = 4x + m + 3$. Tìm các giá trị của m để hai đường thẳng trên:

- a) Cắt nhau;
- b) Song song với nhau.

8A. Cho hàm số bậc nhất $y = (3m - 4)x + 1 - 2m \left(m \neq \frac{4}{3} \right)$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho là:

- a) đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3)$.
- b) đường thẳng cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại một điểm nằm trên trục tung.

8B. Cho hàm số bậc nhất $y = (3 - 2m)x - m + 4 \left(m \neq \frac{3}{2} \right)$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho là:

- a) đường thẳng đi qua điểm $A(-2; 7)$.
- b) đường thẳng cắt đường thẳng $y = -x + 3$ tại một điểm có hoành độ bằng 2.

9A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = x + 3$ và $y = -x - 1$.

- a) Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm giao điểm M của hai đường thẳng đã cho.
- c) Gọi N là giao điểm của đường thẳng $y = -x - 1$ với trục Oy ; P là giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ với trục Oy . Chứng minh tam giác MNP vuông tại M .

9B. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = -x$ và $y = x + 2$.

- a) Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm giao điểm M của hai đường thẳng đã cho.
- c) Gọi N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ với trục Oy .

Chứng minh tam giác MNO vuông tại M .

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần *Tóm tắt lý thuyết* từ Bài 1 đến Bài 5 của chương.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

1A. Giải các phương trình sau

a) $2x - (3 - 5x) = 4(x + 3);$

b) $4(3x - 2) - 3(x - 4) = 7x + 20;$

c) $(x + 1)(x + 9) = (x + 3)(x + 5);$

d) $(x + 2)^2 + 2(x - 4) = (x - 4)(x - 2).$

1B. Giải các phương trình sau

a) $5 - (6 - x) = 4(3 - 2x);$

b) $5(x - 3) - 4 = 2(x - 1) + 7;$

c) $(3x - 1)(x + 3) = (2 - x)(5 - 3x);$

d) $(x + 1)(2x - 3) - 3(x - 2) = 2(x - 1)^2$

2A. Giải các phương trình sau

a) $\frac{x}{3} - \frac{5x}{6} - \frac{15x}{12} = \frac{x}{4} - 5;$

b) $\frac{x+5}{2} + \frac{3-2x}{4} = x - \frac{7+x}{6};$

c) $\frac{x+1}{35} + \frac{x+3}{33} = \frac{x+5}{31} + \frac{x+7}{29}.$

2B. Giải các phương trình sau

a) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{15} - \frac{2x-13}{6} = 0;$

b) $\frac{3x-0,4}{2} + \frac{1,5-2x}{3} = \frac{x+0,5}{5};$

c) $\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} = \frac{x+5}{61} + \frac{x+7}{59}.$

3A. Hai ô tô cùng xuất phát từ Hà Nội đi Hải Phòng lúc 7 giờ sáng, trên cùng một tuyến đường. Xe đi thứ nhất đến Hải Phòng lúc 9 giờ 40 phút, trước xe còn lại 20 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi ô tô, biết mỗi giờ xe thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai 5 km.

3B. Lúc 8 giờ sáng, ông An đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B theo lộ trình dài 134 km. Cùng lúc đó, ông Bắc đi xe máy từ B đến A cũng theo lộ trình như ông An, hai người gặp nhau lúc 10 giờ sáng cùng ngày. Tính vận tốc của mỗi người biết rằng vận tốc xe ông An hơn vận tốc xe ông Bắc 5 km/h.

4A. Bạn Hoàng đi nhà sách và chọn mua được hai cuốn sách có giá bìa chênh nhau 15 000 đồng. Khi thanh toán, do được giảm giá 20% mỗi cuốn nên Hoàng chỉ phải trả 84 000 đồng cho cô thu ngân. Hỏi giá bìa của mỗi cuốn sách là bao nhiêu?

4B. Cuối tuần vừa rồi, gia đình bạn Trang gồm bốn người đi ăn buffet lẩu tại một nhà hàng. Nhà hàng này đang thực hiện chương trình giảm giá "Đi bốn tính tiền ba",

nghĩa là nếu có 4 người khách cùng đặt một bàn ăn thì chỉ tính tiền 3 khách. Ngoài ra, mẹ Trang còn có thẻ thành viên nên được giảm giá thêm 5% trên tổng hóa đơn. Do đó, số tiền thanh toán cho bữa ăn của gia đình Trang là 826 500 đồng. Hỏi giá tiền ăn buffet cho một người là bao nhiêu?

5A. Trong quý I, hai tổ công nhân sản xuất được 1550 sản phẩm. Sang quý II, tổ Một sản xuất vượt mức 15%, tổ Hai vượt mức 20%. Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 1815 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ sản xuất được trong quý I.

5B. Tại một xưởng làm bánh, trong tuần thứ nhất, hai tổ sản xuất được 900 thùng bánh. Sang tuần thứ hai, tổ I làm vượt mức 25%, nhưng tổ II chỉ đạt 95% nên cả hai tổ sản xuất 975 thùng bánh. Hỏi trong tuần thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu thùng bánh?

6A. Giá bán của ấm đun nước được cho bởi công thức sau: $T = \frac{11}{8}R + 150$ (nghìn đồng), trong đó, T là giá bán, R là bán kính của đáy ấm, tính theo đơn vị cm.

- a) Tính giá tiền của một chiếc ấm đun nước có bán kính đáy ấm là 28cm.
- b) Cô Trinh dự định mua 2 cái ấm đun nước có bán kính đáy ấm lần lượt là 24cm và 32cm. Hỏi nếu mang theo 400000 đồng thì cô Trinh có đủ tiền để trả không?

6B. Cước phí sử dụng dịch vụ Internet mà người sử dụng cần trả được cho bởi công thức $C(x) = 70x + 300$ (nghìn đồng), trong đó x là số tháng sử dụng trong gói Internet mà người sử dụng đăng kí.

- a) Tính số tiền người sử dụng phải trả nếu đăng kí gói Internet 6 tháng.
- b) Nếu người sử dụng phải thanh toán số tiền cước phí sử dụng Internet là 930 nghìn đồng thì thời hạn sử dụng gói cước Internet đó là bao lâu?

7A. Cho hàm số $y = (m-1)x + 2$ ($m \neq 1$)

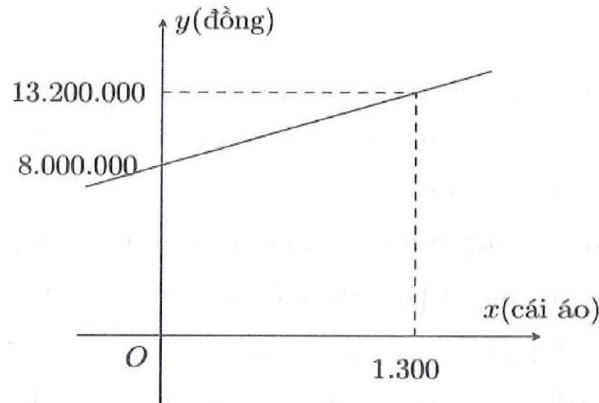
- a) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x + 4$.
- b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m tìm được ở câu a.
- c) Tìm giao điểm A của đồ thị hàm số tìm được ở câu a và đồ thị của hàm số $y = -x - 4$. Tính diện tích của tam giác OAB , với B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x - 4$ với trục Ox .

7B. Cho hàm số $y = (m+1)x + 1$ ($m \neq -1$)

- a) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -x + 2$
- b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m tìm được ở câu a.

- c) Tìm giao điểm A của đồ thị hàm số tìm được ở câu a và đồ thị của hàm số $y = 3 + x$. Tính diện tích của tam giác OAB , với B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3 + x$ với trục Oy .

8A. Chị Minh là công nhân may của một xí nghiệp. Người ta nhận thấy số áo x (chiếc) chị Minh may được trong một tháng và số tiền y (đồng) tiền lương chị nhận được liên hệ với nhau bởi hàm số $y = ax + b$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới.



- a) Dựa vào đồ thị hãy xác định hệ số a, b và hàm số y .
- b) Nếu muốn nhận lương 14 000 000 đồng một tháng thì chị Minh phải may được bao nhiêu chiếc áo trong tháng đó?

8B. Một xí nghiệp cần bán thanh lý b sản phẩm. Số sản phẩm còn lại sau x (ngày) bán là y (sản phẩm) và được xác định bởi hàm số $y = ax + b$ có đồ thị hàm số như hình dưới.

- a) Dựa vào đồ thị hãy xác định hệ số a, b và hàm số y .
- b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý?

