

CHƯƠNG I - BÀI 1: ĐƠN THỨC NHIỀU BIẾN. ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐƠN THỨC NHIỀU BIẾN

- Đơn thức nhiều biến (hay đơn thức) là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.
- Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương và chỉ được viết một lần. Số nói trên gọi là hệ số, phần còn lại gọi là phần biến của đơn thức thu gọn.

Chú ý:

- + Ta cũng coi một số là đơn thức thu gọn.
- + Từ nay, khi nói đến đơn thức, nếu không nói gì thêm, ta hiểu đó là đơn thức thu gọn.
- Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.
- Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

2. ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

- Đa thức nhiều biến (hay đa thức) là một tổng của những đơn thức.
- + Mỗi đơn thức cũng là một đa thức.
- Thu gọn đa thức là làm cho trong đa thức đó không còn hai đơn thức nào đồng dạng.
- Để tính giá trị của một đa thức tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay những giá trị cho trước đó vào biểu thức xác định đa thức rồi thực hiện các phép tính.

B. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1. Nhận dạng đơn thức, đa thức

Phương pháp giải: Dựa vào khái niệm đơn thức, đa thức để nhận dạng đâu là đơn thức, đa thức. Sử dụng quy tắc để thu gọn đơn thức qua đó tìm hệ số, phần biến của đơn thức.

Bài 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức? Nếu là đơn thức chỉ rõ hệ số, phần biến?

- a) $12xy^2$ b) $6x^2(x+3)$ c) 3 d) $x+2y$ e) $9x^2zyx^3y$

Bài 2. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không là đơn thức?

- a) $-2x-y^2$ b) $6x^2yz^4$ c) $9-\frac{5}{x}$ d) $\frac{x+2y}{6}$ e) $-x^2x^3y$

Bài 3. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức? Nếu là đa thức chỉ rõ biến của chúng?

- a) x^3+y^2 b) $-3xy^2$ c) $9-\frac{2}{x}$ d) $\frac{x+2y}{6}$ e) $-x^2x^3yz$

Bài 4. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không là đa thức?

- a) x^2-2x-y^2 b) $6x^2yz^4$ c) $-\frac{5+x^3}{xy}$ d) x^2-9 e) $-x^2+x^3y$

Bài 5. Thu gọn các đơn thức sau và xác định hệ số, phần biến của các đơn thức đó:

- a) $2x^2zy3x^3y$ b) $-6x^2yz^4xy^2$ c) $-x^2z2x^3yz^2$
d) $-\frac{2xy^4}{3}.9x^2yz^2$ e) $-10y^2(2xy^2)^3\frac{1}{5}y$ f) $-\frac{3}{10}x^2z(-5xyz^2)^2$
g) $-4a^2x(-2bxy)^2\left(-\frac{1}{2}xy\right)^3$ với a, b là hằng số.

Dạng 2. Đơn thức đồng dạng

Phương pháp giải: Sử dụng khái niệm đơn thức đồng dạng để xác định các cặp đơn thức đồng dạng. Áp dụng quy tắc cộng trừ đơn thức đồng dạng để làm bài toán liên quan.

Bài 1. Sắp xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$$x^2y^2; \quad 2xy; \quad \frac{-1}{2}x^2y^2; \quad xy^3; \quad xy; \quad -3x^2y^2; \quad x^2y; \quad -\frac{4}{5}xy^3; \quad 0, 2xy.$$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 5x^2y + \frac{-2}{3}x^2y; & \text{b) } -2xy^3 - (-2xy^3); & \text{c) } -3xy + 2xy + 5xy; \\ \text{d) } -3x^2y^3 - 3x^2y^3; & \text{e) } x^2 - (-2x^2) + 5x^2; & \text{f) } \frac{-3}{8}xy^3 + 2xy^3 + \left(-\frac{5}{8}xy^3\right). \end{array}$$

Bài 3. Cho các đơn thức sau: $5x^2y$; $2xy^3$; $\frac{-2}{3}x^2y$; xy^3 ; xy ; $-3xy$; x^2y ; $\frac{4}{9}xy^3$.

- a) Sắp xếp các đơn thức trên thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng.
b) Tính tổng của các đơn thức trong mỗi nhóm.

Bài 4. Cho đơn thức: $\frac{-2}{3}x^2y^3$

- a) Tìm thêm 2 đơn thức đồng dạng với $\frac{-2}{3}x^2y^3$ rồi tính tổng các đơn thức đó.
b) Tìm một đơn thức đồng dạng với $\frac{-2}{3}x^2y^3$ rồi tính hiệu đơn thức $\frac{-2}{3}x^2y^3$ và đơn thức vừa tìm được.

Bài 5. Cho các đơn thức sau:

$$A = -2xy^2 \cdot (3x^2y)^2; \quad B = 5x^2y^2 \cdot (2xy^2); \quad C = \frac{-2}{5}x^3y^4 \cdot x^2; \quad D = \frac{-3}{2}x^2y^3 \cdot (3xy); \quad E = \frac{5}{3}x^2y \cdot (3xy^3)$$

- a) Trong các đơn thức trên đơn thức nào đồng dạng với nhau.
b) Tính tổng của các đơn thức đồng dạng.

Bài 6. Cho các đơn thức: $A = 8x^5y^3$, $B = -2x^6y^3$, $C = -6x^7y^3$

- a) Viết các đơn thức M, N, P lần lượt đồng dạng với các đơn thức A, B, C .
b) Chứng minh rằng: $Ax^2 + Bx + C = 0$.

Dạng 3. Thu gọn đa thức

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc: Thu gọn đa thức là làm cho trong đa thức đó không còn hai đơn thức nào đồng dạng để giải các bài toán liên quan.

Bài 1. Thu gọn các đa thức sau:

$$\begin{array}{l} \text{a) } x^8 + x^2y^5 + xy^7 - x^3y^5 + 10 - xy^7 \\ \text{b) } 0,5x^2y^3 - x^2y^3 + 3x^2y^3z^3 - x^4 - 3x^2y^3z^3 \\ \text{c) } 0,2ax^2 - 5bxy^2 - ax^2 + 5bxy^2 + 5 \quad (a, b \text{ là hằng số}) \end{array}$$

Bài 2. Thu gọn các đa thức sau:

$$\begin{array}{ll} P = 5x^5y^3 - 2x^2y^4 + x^2y^4 - 5x^5y^3 + xy & M = -xy - 5x + 3 + 8xy - (2xy - 3x + 5) \\ Q = 3x^3 - 5x^4 + 2xy^2 + 5x^4 - 2x^3 - \frac{1}{2}xy^2 & N = 2x^2y + 3x \cdot 7xy - xz - 16x^2y - 7xy + xz + 7xy \end{array}$$

Bài 3. Thu gọn các đa thức sau:

$$\begin{array}{l} \text{a) } (-3x^2y - 2xy^2 + 6) + (-x^2y + 5xy^2 - 1) \\ \text{b) } (1,6x^3 - 3,8x^2y) + (-2,2x^2y - 1,6x^3 + 0,5xy^2) \\ \text{c) } (6,7xy^2 - 2,7xy + 5y^2) - (1,3xy - 3,3xy^2 + 5y^2) \\ \text{d) } (3x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - xy + 2y^2) - (4x^2 - y^2) \\ \text{e) } (x^2 + y^2 - 2xy) - (x^2 + y^2 + 2xy) + (4xy - 1) \end{array}$$

Bài 4. Tìm đa thức M biết:

a) $(6x^2 - 3xy^2) + M = x^2 + y^2 - 2xy^2$

b) $M - (2xy - 4y^2) = 5xy + x^2 - 7y^2$

Dạng 4. Tính giá trị đa thức

Phương pháp giải: Để tính giá trị của một đa thức tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay những giá trị cho trước đó vào biểu thức xác định đa thức rồi thực hiện các phép tính.

Bài 1. Tính giá trị của các đa thức sau:

a) $A = 2x^2 - 5y^2 + 1$ tại $x = 2$ và $y = -3$.

b) $B = -2x^2y + 8xy^2 + xy - 3x$ tại $x = -2, y = 1$.

c) $C = 2xy - 4z + 5xyz + 2022$ tại $x = 1; y = -2, z = -3$.

d) $D = x^2 + xyz + z^3$ tại $x = -1, y = -2, z = 1$.

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $P = x^3y - 14y^3 - 6xy^2 + y + 2$ tại $x = -1, y = 0,5$.

b) $Q = 15x^2y - 5xy^2 + 7xy - 21$ tại $x = 0,2, y = -1,2$.

Bài 3. So sánh giá trị của hai biểu thức đại số:

a) $A = 5xy + 3x - 1$ và $B = 2x^2 + y^2 - 2x$ khi $x = 2$ và $y = -1$.

b) $A = x^{10}y + 3xy^2 + 2$ và $B = 5x^{10} + x^2y - 3x + 1$ khi $x = -1$ và $y = 3$.

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức

a) $P = 9x^2 - 7x|y| - \frac{1}{4}y^3$ tại $x = \frac{1}{3}; y = -6$.

b) $Q = (x+1)^2 + 2|y-3|$ tại $x = 1; y = -2$.

Bài 5. Tính giá trị của đa thức sau:

a) $B = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + x^4y^4 + \dots + x^{2020}y^{2020}$ tại $x = -1, y = 1$.

b) $M = x(x^2 - y)(x^3 - 2y^2)(x^4 - 3y^3)(x^5 - 4y^4)$ tại $x = 2; y = -2$.

Bài 6. Tính giá trị của đa thức sau:

a) $A = 2x^3 + 4x^2 - 5x + 3$ tại $|x| = \frac{1}{2}$

b) $B = x^2 - 4xy + 2y^3 - 1$ với $|x| = 2; |y| = 1$.

Bài 7. Tính giá trị của các đa thức sau:

a) $A = 2x + 2y + 3xy(x+y) + 5(x^3y^2 + x^2y^3) + 4$ khi $x+y = 0$.

b) $P = 3x^4 + 5x^2y^2 + 2y^4 + 2y^2$ khi $x^2 + y^2 = 2$

c) $N = x^2(x+y) - y^2(x+y) + x^2 - y^2 + 2(x+y) + 3$ khi $x+y+1 = 0$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp giải: Vận dụng các kiến thức về đa thức, tính giá trị đa thức để làm các bài toán liên quan trong thực tế.

Bài 1. Lập bảng thống kê công thức

Tính chu vi, diện tích: Hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành, hình thang, hình tam giác

Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích: Hình hộp chữ nhật, hình lập phương

Bài 2. Một bể cá đang chứa 480 lít nước, có một vòi chảy vào mỗi phút chảy được x lít. Cùng lúc đó một vòi khác chảy nước từ bể ra) Mỗi phút lượng nước chảy ra bằng y lít ($x, y \geq 0$).

a) Hãy viết biểu thức biểu thị lượng nước trong bể khi đồng thời mở cả hai vòi trên sau a phút.

b) Tính lượng nước trong bể trong 10 phút biết rằng mỗi phút vòi chảy vào 25 lít và vòi chảy ra 30 lít.

Bài 3. Bác An gửi ngân hàng x (triệu đồng) với kì hạn 1 năm, lãi suất là 8%/năm.

a) Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền bác An rút được cả gốc và lãi sau 1 năm.

b) Giả sử hết kì hạn 1 năm, bác An không rút gốc và lãi. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền bác An có cả gốc và lãi sau 2 năm.

c) Giả sử số tiền bác An gửi là 100 (triệu đồng), thì sau 2 năm số tiền bác An có cả gốc và lãi là bao nhiêu?

Bài 4. Biết rằng cứ lên cao 1000 m nhiệt độ giảm 6°C .

a) Viết công thức tính nhiệt độ ở độ cao x m biết rằng nhiệt độ ở mặt đất (bằng với mực nước biển) cùng một thời điểm là $a^{\circ}\text{C}$.

b) Tính nhiệt độ ở đỉnh Fansipan (đỉnh núi cao nhất của Việt Nam, nằm trên dãy núi Hoàng Liên Sơn ở vùng Tây Bắc Bộ Việt Nam) cao 3143 m biết rằng nhiệt độ ở mặt đất (bằng với mực nước biển) cùng lúc đó là 28°C .

Bài 5.

Một sân bóng chuyên tiêu chuẩn có chiều dài 18 m, chiều rộng 9 m. Sân được bao quanh bởi một diện tích gọi là vùng tự do, vùng tự do phía sau có độ dài là x m ($6,5 > x > 3$), vùng tự do hai bên có độ dài là y m ($5 > y > 3$) (như hình vẽ). Người ta phải tiến hành trải thảm thi đấu toàn bộ khu vực sân và khu vực tự do để đảm bảo an toàn cho vận động viên thi đấu.

a) Viết đa thức biểu thị diện tích toàn bộ khu vực được trải thảm thi đấu.

b) Tính diện tích thảm thi đấu biết rằng $x = 5$; $y = 4$.

c) Tính số đo x, y của vùng tự do biết diện tích toàn thảm là 540 m^2 và độ dài vùng tự do phía sau hơn vùng tự do hai bên là 1,5 m.

