

BÀI 10. CĂN BẬC BA VÀ CĂN THỨC BẬC BA

PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Căn bậc ba

* Căn bậc ba của số thực a là số thực x thỏa mãn $x^3 = a$.

Chú ý: Mỗi số thực a đều có duy nhất một căn bậc ba. Căn bậc ba của số a được kí hiệu là $\sqrt[3]{a}$. Trong kí hiệu $\sqrt[3]{a}$, số 3 được gọi là chỉ số của căn. Phép tìm căn bậc ba của một số gọi là phép khai căn bậc ba.

Nhận xét: $\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$ với mọi số thực a .

2. Căn thức bậc ba

Căn thức bậc ba là biểu thức dạng $\sqrt[3]{A}$ trong đó A là một biểu thức đại số.

B. PHÂN LOẠI CÁC DẠNG BÀI TẬP

I. Tính căn bậc ba

Bài toán 1. Tính:

a) $\sqrt[3]{216}$ b) $\sqrt[3]{-512}$ c) $\sqrt[3]{-0,001}$ d) $\sqrt[3]{1,331}$ e) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$

Bài toán 2. Sử dụng MTCT, tính căn bậc ba sau đây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

a) $\sqrt[3]{2,1}$ b) $\sqrt[3]{-18}$ c) $\sqrt[3]{0,35}$ d) $\sqrt[3]{3,25}$
e) $\sqrt[3]{45}$

Bài toán 3. Tính:

a) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-27} - \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$; b) $2\left(\sqrt[3]{27} + 5\sqrt[3]{216}\right)\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$.

Bài toán 4. Tính giá trị các căn thức: $\sqrt[3]{5x-1}$ tại $x=0$ và $x=-1,4$.

Lời giải

- Với $x=0$, ta có: $\sqrt[3]{5.0-1} = \sqrt[3]{-1} = \sqrt[3]{(-1)^3} = -1$.
- Với $x=-1,4$ ta có: $\sqrt[3]{5.(-1,4)} = \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$.

II. RÚT GỌN BIỂU THỨC

Bài toán 5. Rút gọn biểu thức:

a) $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$; b) $\sqrt[3]{27x^3 - 27x^2 + 9x - 1}$; c) $\sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 6x - 1}$;

Bài toán tương tự:

Rút gọn: a) $\sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1}$ b) $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$.

Bài toán 6. Rút gọn biểu thức:

a) $\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}$; b) $\sqrt[3]{(2\sqrt{2}+1)^3}$; c) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}\right)^3$.

Nhận xét:

- Vì $(1-\sqrt{2})^3 = 1 - 3\sqrt{2} + 6 - 2\sqrt{2} = 7 - 5\sqrt{2}$, ta có bài toán rút gọn $\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$

• Từ bài toán b) và c), ta có bài toán sau:

• Rút gọn $\sqrt[3]{25+22\sqrt{2}}$; $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$.

Bài toán 7. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức:

a) $x+5+\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1}$; tại $x=-3$;

b) $x+\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3}$; tại $x=2$.

Lời giải

a) Ta có: $x+5+\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1}=x+5+\sqrt[3]{(x+1)^3}=x+5+x+1=2x+6$

Tại $x=-3$; ta có: $2.(-3)+6=-6+6=0$

b) Ta có: $x+\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3}=x+\sqrt[3]{(1-3x)^3}=x+(1-3x)=-2x+1$

Tại $x=2$. Ta có: $-2.2+1=-3$

Bài toán 8. Rút gọn biểu thức:

a) $A=\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$; b) $B=\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}+\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn: Lập phương hai vế. Xem nhận xét ở bài toán 6.

Nhận xét: Ta có thể làm như bài toán a)

Ta có bài toán sau:

1. Chứng tỏ rằng: $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ là một nghiệm của phương trình $x^3-6x-40=0$

2. Chứng tỏ rằng: $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}+\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ là một nghiệm của phương trình $x^3+3x-14=0$

Bài toán tương tự:

Chứng minh rằng:

a) $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ là một số tự nhiên

b) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}+\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ là một số tự nhiên

III. Giải phương trình

Bài toán 9. Giải phương trình:

a) $\sqrt[3]{x-1}=2$;

b) $\sqrt[3]{5x+7}+\sqrt[3]{12-5x}=1$

Hướng dẫn: Lập phương trình hai vế.