



Chương 3 TỨ GIÁC

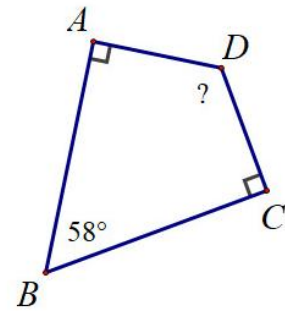
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Tứ giác lồi: Tứ giác; Tứ giác lồi:

2. Tổng các góc của một tứ giác

Định lý: Tổng các góc của một tứ giác bằng 360°

Ví dụ 2: Cho tứ giác $ABCD$ như hình vẽ. Hãy tính góc D



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

1. Dạng 1 : Tính các góc của tứ giác

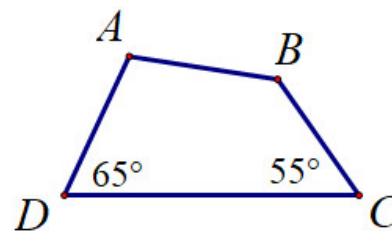
a) Phương pháp giải

- Tổng các góc trong một tứ giác bằng 360°
- Tổng hai góc kề bù bằng 180°
- Tổng các góc trong một tam giác bằng 180°
- Hai góc nhọn trong tam giác vuông có tổng bằng 90°

b) Ví dụ

Bài 1 : Tính góc chưa biết trong hình vẽ bên.

Biết rằng $B = A + 10^\circ$



2. Dạng 2: Vận dụng kiến thức về tứ giác để tính các yếu tố khác

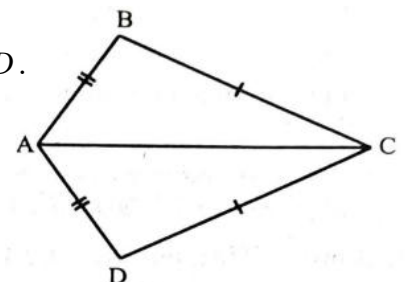
a) Phương pháp giải

- Tổng các góc trong một tứ giác bằng 360°
- Tổng hai góc kề bù bằng 180°
- Tổng các góc trong một tam giác bằng 180°
- Hai góc nhọn trong tam giác vuông có tổng bằng 90°

b) Ví dụ

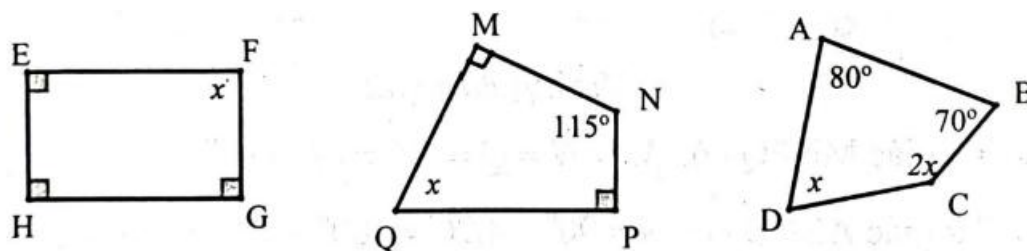
Bài 1: Tứ giác $ABCD$ trong hình vẽ bên có $AB = AD$, $CB = CD$ được gọi là hình “cái điều”

- a) Chứng minh rằng AC là đường trung trực của đoạn thẳng BD .
- b) Tính các góc B , D biết rằng $A = 110^\circ$, $C = 50^\circ$.

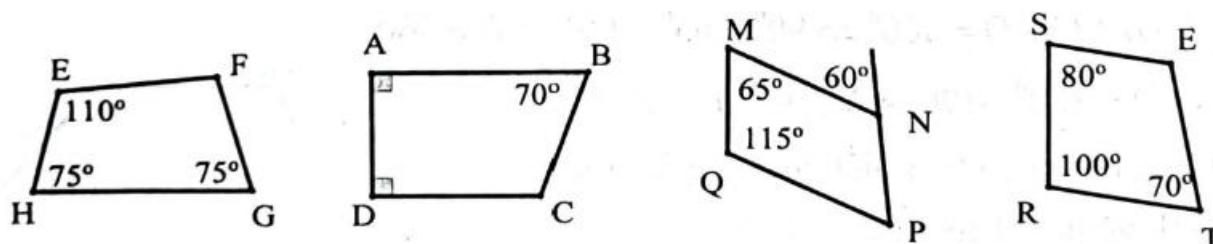


III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 10.1 (Dạng 1): Tìm x trong mỗi tứ giác sau:

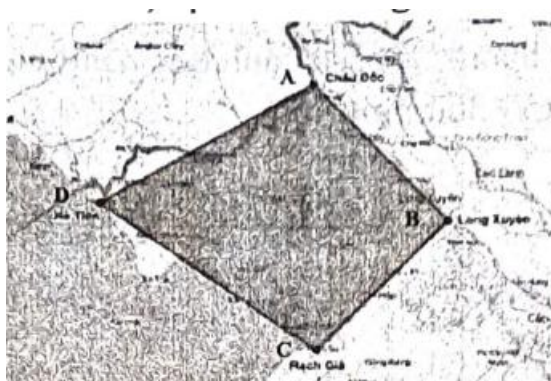


Bài 10.2 (Dạng 1): Tìm số đo góc chưa biết của các tứ giác trong hình.

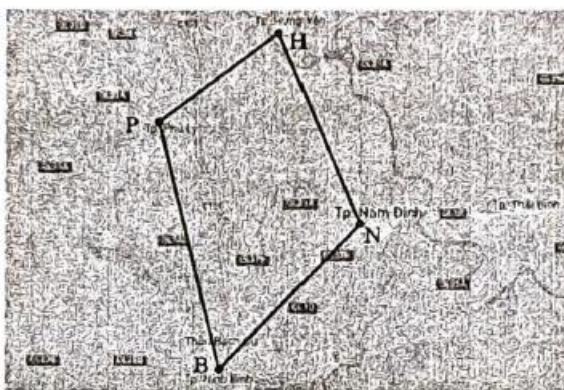


Bài 10.3 (Dạng 2): Tứ giác $ABCD$ có $A = 100^\circ$, góc ngoài tại đỉnh B bằng 120° , $C = 75^\circ$. Tính số đo góc D .

Bài 10.4 (Dạng 2): Tìm các đỉnh, cạnh và đường chéo của tứ giác Long Xuyên.



Bài 10.5 (Dạng 2): Trên bản đồ, tứ giác BNHP với các đỉnh là các thành phố Ninh Bình, Nam định, Hưng Yên, Phủ Lý.



- Tìm các cạnh kề và cạnh đối của cạnh HN.
- Tìm các đường chéo của tứ giác.



BÀI 11. HÌNH THANG CÂN

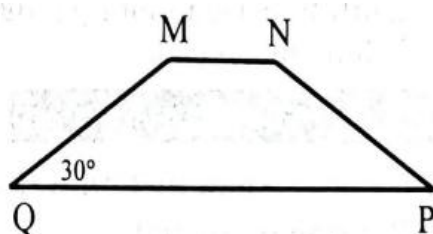
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Hình thang, Hình thang cân

+ Hình thang: là tứ giác có hai cạnh đối song song.

+ Hình thang cân: Là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Ví dụ 1: Tính các góc của hình thang cân $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$), biết $Q = 30^\circ$ (hình vẽ).

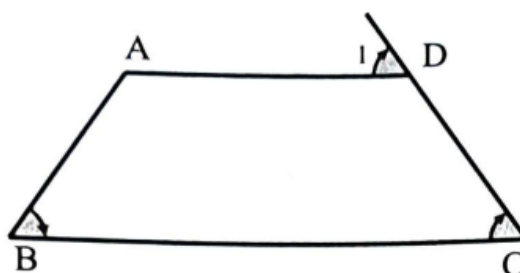


Lời giải

2. Tính chất của hình thang cân.

Định lí 1: Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

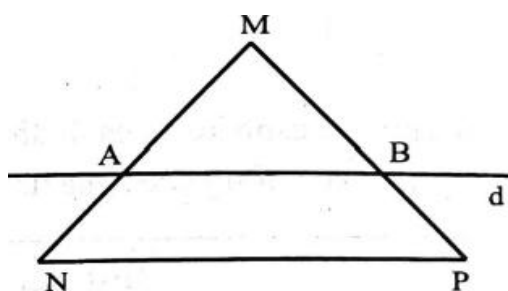
Ví dụ 2: Cho tứ giác $ABCD$ như hình vẽ.



Biết rằng: $B = C = D_1$. Chứng minh rằng $AB = CD$

Định lí 2: Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

Ví dụ 3: Cho tam giác MNP cân tại M , kẻ một đường thẳng d song song với NP , d cắt cạnh MN tại A và cắt cạnh MP tại B (hình vẽ).



- Tứ giác $ABPN$ là hình gì?
- Chứng minh $AP = BN$.

3) Dấu hiệu nhận biết

Định lí 3: Nếu một hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì hình thang đó là hình thang cân.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP



1. Dạng 1: Nhận biết hình thang, hình thang cân.

a) Phương pháp giải

+ Hình thang: là tứ giác có hai cạnh đối song song.

+ Hình thang cân: là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

+ Nếu một hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì hình thang đó là hình thang cân.

b) Ví dụ

Bài 1: Cho hình thang $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$). Kẻ đường thẳng vuông góc với MP tại P và đường thẳng vuông góc với NQ tại Q , hai đường thẳng này cắt nhau tại E . Chứng minh rằng nếu $EP = EQ$ thì hình thang $MNPQ$ là hình thang cân.

2. Dạng 2: Sử dụng tính chất của hình thang để tính góc, cạnh. Vẽ hình thang.

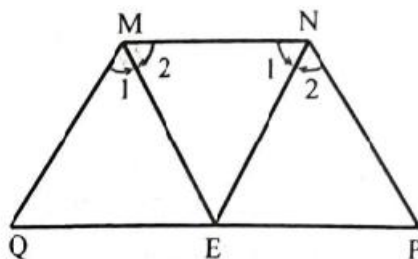
a) Phương pháp giải

+ Hai góc so le trong bằng nhau. Hai góc đồng vị bằng nhau.

+ Hai góc kề một cạnh bên có tổng bằng 180°

b) Ví dụ

Bài 1: Hai tia phân giác của hai góc M và N của hình thang cân $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$) cắt nhau tại E trên cạnh đáy PQ . Chứng minh rằng $EP = EQ$.



Lời giải

3. Dạng 3: Sử dụng tính chất của hình thang để chứng minh các yếu tố khác.

a) Phương pháp giải

Dựa vào các đặc điểm của hình thang cân, hình thang vuông: cạnh bên bằng nhau, đường chéo bằng nhau, hai góc kề một đáy bằng nhau, các góc so le trong (đồng vị) tạo bởi hai đáy song song, yếu tố vuông góc... để từ đó chứng minh các yếu tố liên quan trong hình như:

+ Hai đoạn thẳng bằng nhau

+ Hai góc nào đó bằng nhau

+ Tam giác là tam giác cân

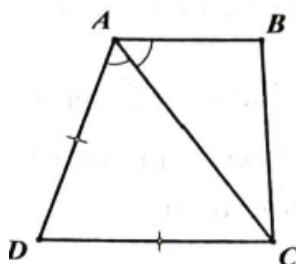
b) Ví dụ

Bài 1: Hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có các đường thẳng AD , BC cắt nhau tại M , các đường thẳng AC , BD cắt nhau tại N . Chứng minh rằng đường thẳng MN là đường trung trực của đoạn thẳng AB .



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 11.1 (Dạng 1): Cho tứ giác $ABCD$ có $AD = DC$, đường chéo AC là phân giác góc A . Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang.



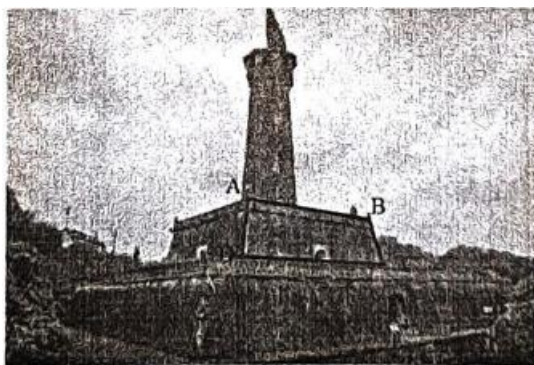
Bài 11.2 (Dạng 2): Tìm các góc chưa biết của hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD trong mỗi trường hợp sau và nêu nhận xét của em.

- a) $D = 90^\circ$ và $B = 125^\circ$.
- b) $C = D = 110^\circ$.

Bài 11.3 (Dạng 3): Cho tam giác nhọn ABC có AH là đường cao. Tia phân giác của góc B cắt AC tại P . Từ P kẻ đường thẳng vuông góc với AH và cắt AB tại Q . Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác $BCPQ$ là hình thang.
- b) $BQ = PQ$.

Bài 11.4 (Dạng 3): Một mặt của chân tháp Cột cờ Hà Nội có dạng hình thang cân $ABCD$ cho biết $C = D = 70^\circ$. Tìm số đo A và B .



Bài 11.5 (Dạng 3): Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc B cắt AC tại I . trên BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Chứng minh rằng:

- a) $\triangle ABI = \triangle EBI$
- b) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC . Chứng minh rằng tứ giác $AIEH$ là hình thang vuông.
- c) Gọi O là giao điểm của AH với BI , đường thẳng EO cắt AB tại F . Chứng minh rằng tứ giác $ACEF$ là hình thang vuông.

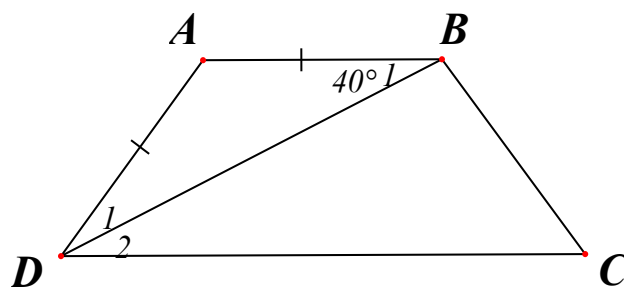
LUYỆN TẬP CHUNG

I. BÀI TẬP ÔN LUYỆN

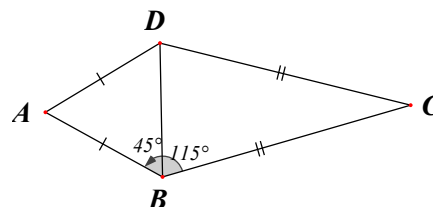


Bài 1: Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$)

. Có $AB = AD$. Biết $\angle ABD = 40^\circ$. Tính số đo các góc của hình thang đó.

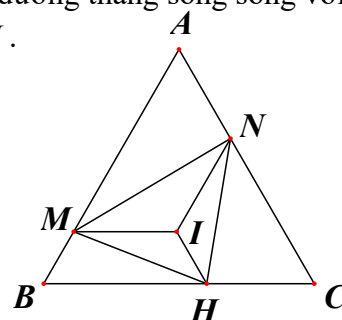


Bài 2: Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$ trong hình vẽ bên.



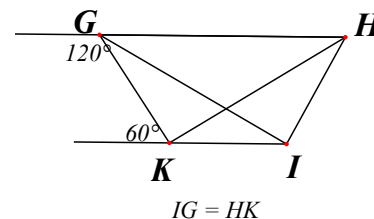
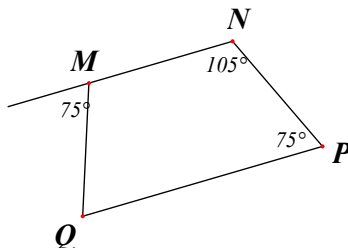
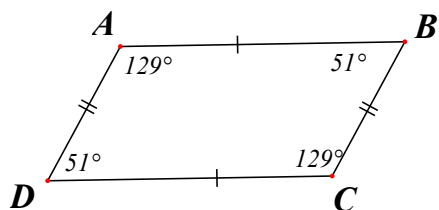
Bài 4: Cho I là một điểm nằm bên trong tam giác đều ABC . Qua I kẻ đường thẳng song song với BC, CA, AB lần lượt cắt đường thẳng AB, BC, AC tại các điểm M, H, N .

- Chứng minh tứ giác $AMIN$ là hình thang cân.
- Chứng minh chu vi tam giác MNH bằng tổng độ dài $IA + IB + IC$.
- Hỏi với vị trí nào của I thì $\triangle MNH$ là tam giác đều.

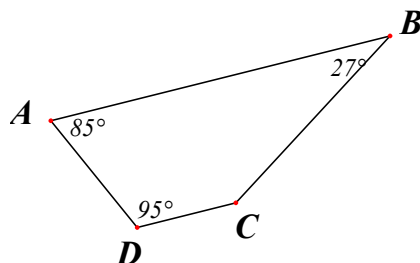


II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Tứ giác nào trong hình là hình thang cân?

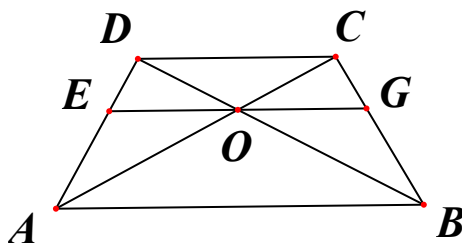


Bài 2: Tứ giác $ABCD$ có các góc cho như hình vẽ



- Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang.
- Tìm góc chưa biết của tứ giác đó.

Bài 3: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Qua giao điểm O của AC và BD , ta vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AD, BC lần lượt tại E và G . Chứng minh rằng OG là tia phân giác của COB .



BÀI 12: HÌNH BÌNH HÀNH

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hình bình hành và tính chất

a) Định nghĩa

Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

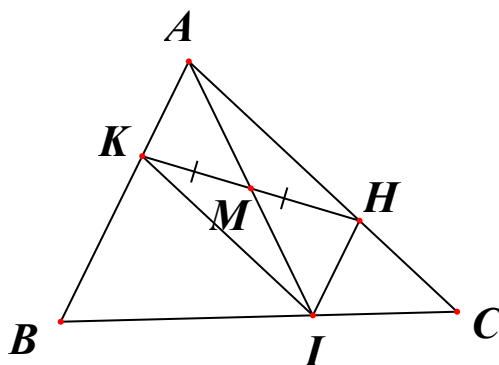
b) Tính chất của hình bình hành

Định lý 1: Trong hình bình hành:

- Các cạnh đối bằng nhau;
- Các góc đối bằng nhau;
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường;

Nhận xét: Dễ thấy trong hình bình hành, hai góc kề một cạnh bất kì là hai góc bù nhau.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$. Từ một điểm I tùy ý trên cạnh BC , kẻ đường thẳng song song với AB , cắt cạnh AC tại H và kẻ đường thẳng song song với AC , cắt cạnh AB tại K . Gọi M là trung điểm của đoạn HK . Chứng minh rằng M cũng là trung điểm của đoạn thẳng AI .



2. Dấu hiệu nhận biết

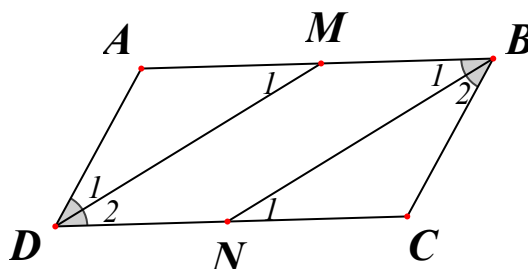
a) Dấu hiệu nhận biết hình bình hành theo cạnh

Định lý 2:

- a) Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là một hình bình hành.
b) Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là một hình bình hành.

Ví dụ 2: Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB > BC$). Tia phân giác của D cắt AB tại M và tia phân giác của B cắt CD tại N (hình vẽ)

- a) Chứng minh hai tam giác ADM và CBN là những tam giác cân, bằng nhau;
b) Tứ giác $DMBN$ là hình gì? Vì sao?

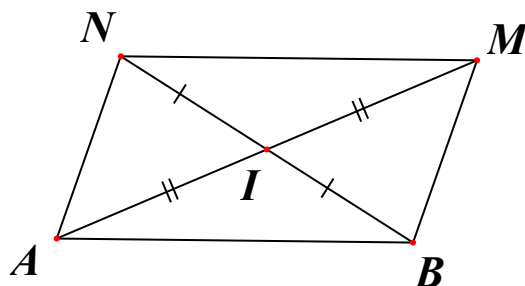


b) Dấu hiệu nhận biết hình bình hành theo góc và đường chéo

Định lý 3:

- a) Tứ giác có các góc đối bằng nhau là một hình bình hành;
b) Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là một hình bình hành.

Ví dụ 3: Cho hai điểm A, B phân biệt và điểm I không nằm trên đường thẳng AB . Gọi M, N là các điểm sao cho I là trung điểm của AM, BN . Chứng minh rằng $AB = MN$ và các đường thẳng AN song song với đường thẳng BM .



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

1. Dạng 1: Nhận biết hình bình hành

a) Phương pháp giải

- + Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là một hình bình hành;
- + Tứ giác có một cặp cạnh song song và bằng nhau là một hình bình hành;
- + Tứ giác có các góc đối bằng nhau là một hình bình hành;
- + Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là một hình bình hành;

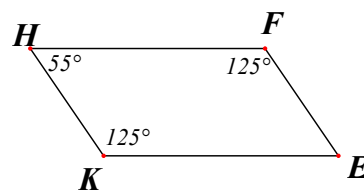
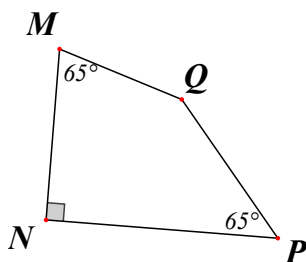
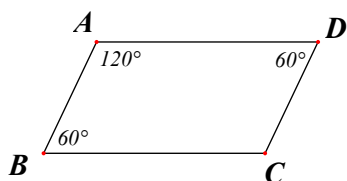


b) Ví dụ

Bài 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- Hình thang có hai cạnh bên song song là hình bình hành.
- Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có hai cạnh đối nào cũng song song là hình bình hành.

Bài 2: Trong mỗi trường hợp sau đây, tứ giác nào là hình bình hành, tứ giác nào không phải là hình bình hành? Vì sao?



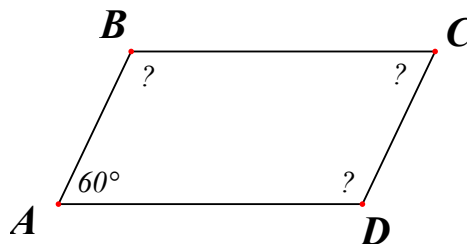
2. Dạng 2: Sử dụng tính chất hình bình hành để tính góc, độ dài cạnh.

a) Phương pháp giải

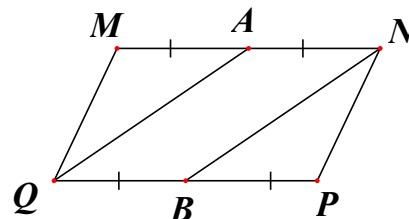
- + Các cạnh đối bằng nhau;
- + Các góc đối bằng nhau;
- + Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

b) Ví dụ

Bài 1: Tính các góc còn lại của hình bình hành $ABCD$ trong hình vẽ sau.



Bài 2: Cho hình bình hành $MNPQ$. Gọi A, B lần lượt là trung điểm của các cạnh MN, PQ . Chứng minh $NB = QA$.





3. Dạng 3: Sử dụng tính chất của hình bình hành để chứng minh

a) Phương pháp giải

Dựa vào các đặc điểm của hình bình hành để từ đó chứng minh các yếu tố liên quan trong hình như:

- + Hai đoạn thẳng bằng nhau;
- + Hai góc nào đó bằng nhau;
- + Tam giác là tam giác cân;

b) Ví dụ

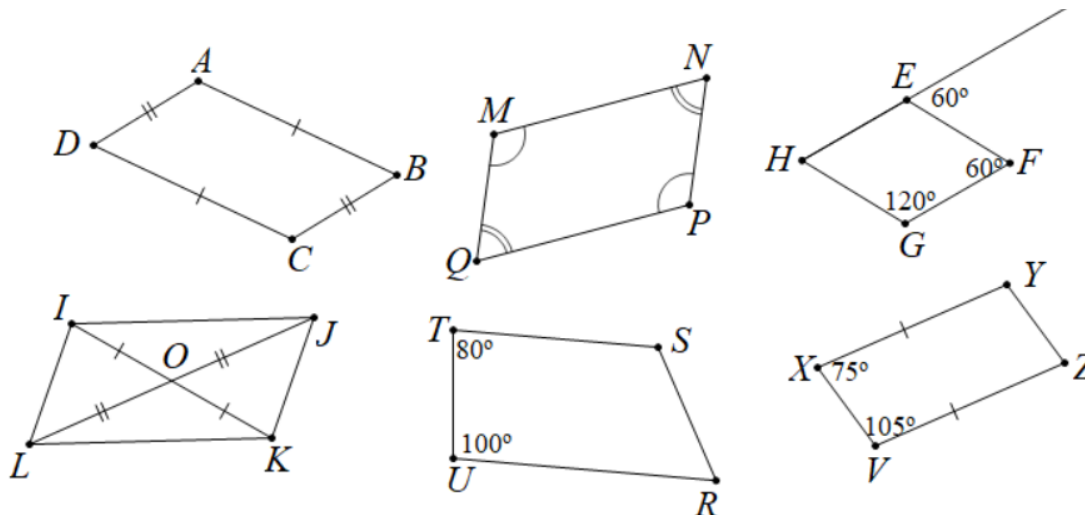
Bài 1: Cho hình bình hành $MNPQ$. Gọi A, B lần lượt là trung điểm của các cạnh MN, PQ . Chứng minh rằng:

- a) Hai tứ giác $MABQ; MAPB$ là những hình bình hành;
- b) $AB = MQ; MB = AP$.

Bài 2: Gọi I là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Một đường thẳng đi qua I lần lượt cắt các cạnh AB, CD của hình bình hành tại E, F . Chứng minh rằng $\triangle IAE = \triangle ICF$. Từ đó suy ra tứ giác $EBFD$ là hình bình hành.

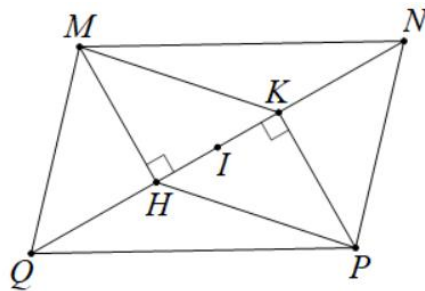
III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 12.1 (Dạng 1): Trong các tứ giác ở hình, tứ giác nào là hình bình hành.

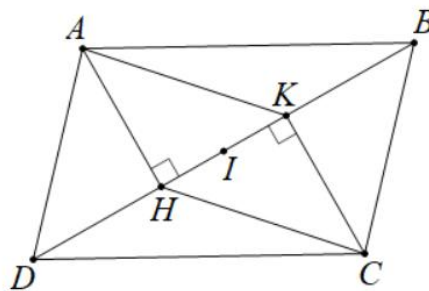


Bài 12.2 (Dạng 1, 2): Cho hình bình hành $MNPQ$, kẻ MH vuông góc với NQ tại H và PK vuông góc với NQ tại K .

- a) Chứng minh tứ giác $MHPK$ là hình bình hành.
- b) Gọi I là trung điểm của HK . Chứng minh $IN = IQ$.

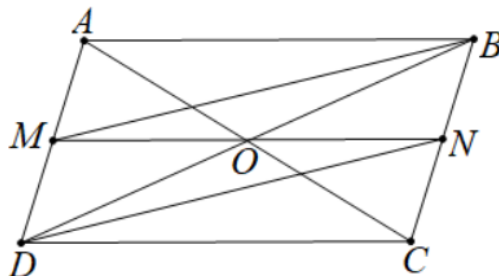


Bài 12.3 (Dạng 2). Quan sát hình bên, cho biết $ABCD$ và $AKCH$ đều là hình bình hành. Chứng minh ba đoạn thẳng AC, BD và HK có trung điểm I .



Bài 12.4 (Dạng 3): Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AD , N là trung điểm của BC .

- Chứng minh rằng tứ giác $MBND$ là hình bình hành.
- Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng ba điểm M, O, N thẳng hàng.

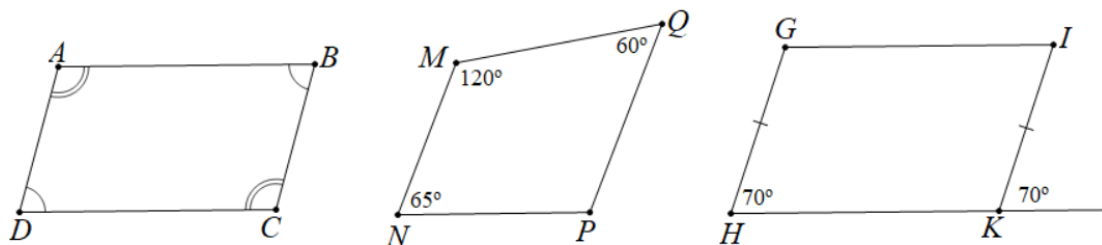


Bài 12.5 (Dạng 3). Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB > BC$). Tia phân giác của góc D cắt AB tại M , tia phân giác của góc B cắt CD tại N .

- Chứng minh $DM \parallel BN$.
- Tứ giác $DMBN$ là hình gì?

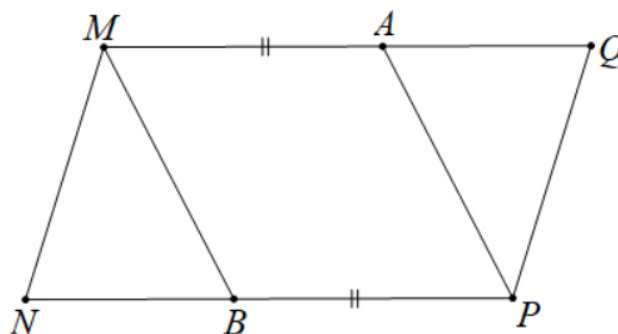
I. BÀI TẬP ÔN LUYỆN

Bài 1: Trong các tứ giác ở hình vẽ sau, tứ giác nào là hình bình hành? Vì sao?



Bài 2: Cho hình bình hành $MNPQ$. Lấy điểm A thuộc cạnh MQ và điểm B thuộc cạnh NP sao cho $MA = PB$. Chứng minh rằng:

- a) $MB = PA$;
- b) $MBP = MAP$



Bài 3: Vẽ tứ giác $ABCD$ theo hướng dẫn sau:

Bước 1: Vẽ đoạn thẳng AB và đường thẳng a song song với AB .

Bước 2: lấy điểm $C \in a$

Bước 3: Trên a chọn D sao cho $CD = AB$ và A, D nằm cùng phía đối với BC .

Hãy giải thích vì sao tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Bài 4: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 4cm, AD = 7cm$

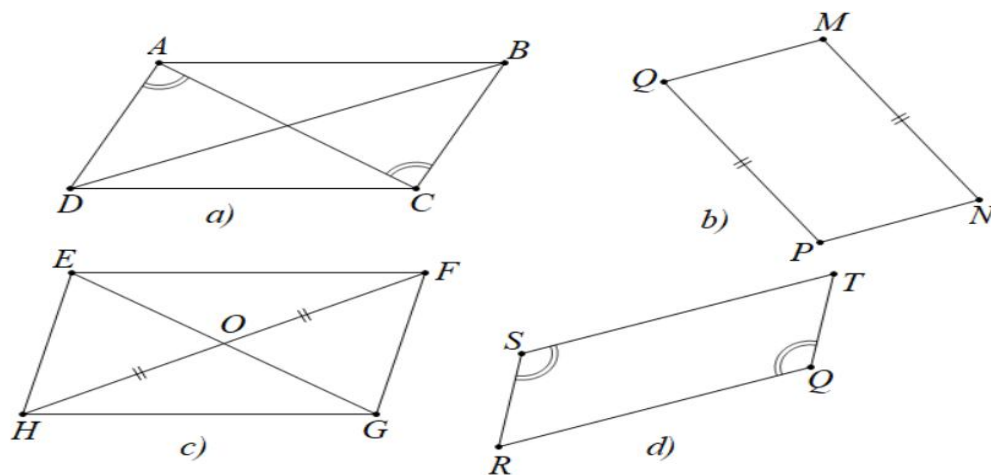
- a) Hỏi tia phân giác của góc A cắt cạnh CD hay cạnh BC ?
- b) Tính khoảng cách từ giao điểm đó đến điểm C .

Bài 5: Cho hình bình hành $ABNM$. Lấy điểm C sao cho B là trung điểm của AC , lấy điểm P sao cho N là trung điểm của MP . Chứng minh rằng:

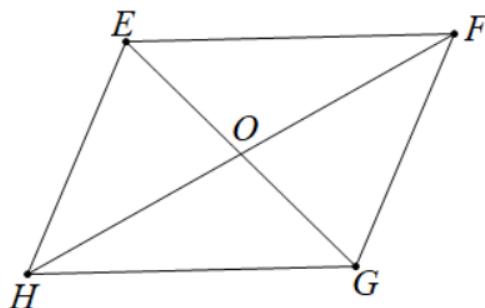
- a) Hai tứ giác $ACPM, ABPN$ là những hình bình hành;
- b) Các trung điểm của ba đoạn thẳng AP, MC, BN trùng nhau.

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

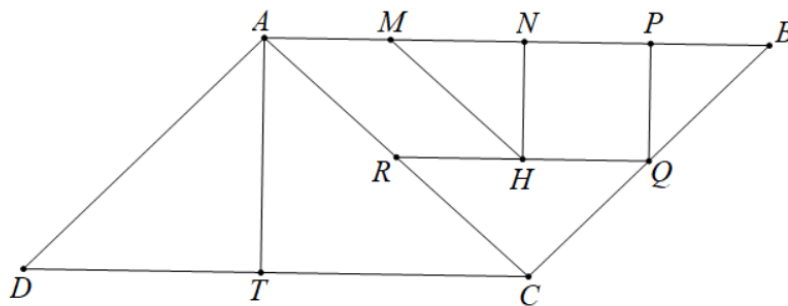
Bài 1. Cần thêm một điều kiện gì để mỗi tứ giác trong hình trở thành hình bình hành?



Bài 2: Mặt trước của một công trình xây dựng được làm bằng kính có dạng hình bình hành $EFGH$ với O là giao điểm của hai đường chéo. Cho biết $EF = 40m, EO = 16m, HO = 36m$. Tính độ dài cạnh HG và độ dài hai đường chéo.



Bài 3: Tìm các hình bình hành và hình thang có trong hình.



Bài 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD ; E và F lần lượt là giao điểm của AN và CM với BD ;

a) Chứng minh tứ giác $AEFM$ là hình thang.

b) Chứng minh $DE = EF = FB$.

Bài 13. HÌNH CHỮ NHẬT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hình chữ nhật



a) Định nghĩa

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Chú ý: Nếu một tứ giác có ba góc vuông thì góc còn lại cũng là góc vuông và tứ giác đó là hình chữ nhật.

b) Tính chất:

Định lý 1:

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Nhận xét: Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

Ví dụ 1:

2. Dấu hiệu nhận biết

Định lý 2:

a) Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

b) Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Ví dụ 2: Cho tứ giác $MNPQ$ có $M = 90^\circ$, hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường. Hỏi tứ giác $MNPQ$ là hình gì? Tại sao?

Nhận xét: Nếu tam giác có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh tương ứng thì tam giác đó là tam giác vuông.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP.

1. Dạng 1: Nhận biết hình chữ nhật

a) Phương pháp giải

- + Nếu một tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật
- + Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- + Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

b) Ví dụ

Bài 1: Cho tam giác ABC , đường cao AD . Gọi I là trung điểm của AC , K là điểm sao cho I là trung điểm của DK . Chứng minh tứ giác $ADCK$ là hình chữ nhật

2. Dạng 2: Sử dụng tính chất hình chữ nhật để tính góc, độ dài cạnh

a) Phương pháp giải

- + Các cạnh đối song song và bằng nhau.
- + Các góc đối bằng nhau và bằng 90° .
- + Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

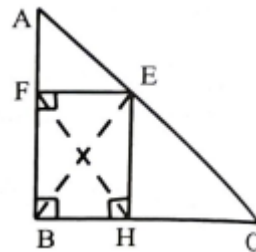
b) Ví dụ



Bài 1: Xét một điểm E trên cạnh huyền của tam giác ABC vuông cân tại B . Gọi F và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của E trên các cạnh AB và BC

- Hỏi tứ giác $EFBH$ là hình gì?
- Hỏi E ở vị trí nào thì đoạn thẳng FH có độ dài ngắn nhất? vì sao

Hướng dẫn giải



3. Dạng 3: Sử dụng tính chất hình chữ nhật để chứng minh các yếu tố

a) Phương pháp giải

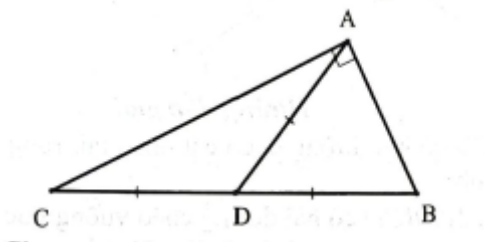
- + Các cạnh đối song song và bằng nhau
- + Các góc đối bằng nhau và bằng 90°
- + Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

b) Ví dụ

Bài 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên đường chéo BD lấy một điểm M . Trên tia AM lấy điểm N sao cho M là trung điểm của AN . Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của N trên đường thẳng BC và CD . Chứng minh rằng ba điểm M, E, F thẳng hàng.

III. Bài tập tự luyện

Bài 13.1 (Dạng 1): Cho hình vẽ sau. Vẽ thêm điểm E để tứ giác $ABEC$ là hình chữ nhật



Bài 13.2 (dạng 1,2): Cho tam giác ABC có đường cao AH . Gọi I là trung điểm của AC , E là điểm đối xứng với H qua I . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của HC , CE . Các đường thẳng AM , AN cắt HE tại G và K

- Chứng minh tứ giác $AHCE$ là hình chữ nhật
- Chứng minh $HG = GK = KE$

Bài 13.3 (Dạng 1,2): Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm BC . Vẽ $ME \parallel AB$; $MF \parallel AC$ ($E \in AC$; $F \in AB$). Chứng Minh:



- a) Tứ giác AEMF là hình chữ nhật
- b) Tứ giác BFEM là hình bình hành

Bài 14. HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hình thoi

a) Khái niệm

+ Hình thoi là tứ giác có 4 cạnh bằng nhau.

b) Tính chất

Định lý 1: Trong hình thoi:

+ Hai đường chéo vuông góc với nhau

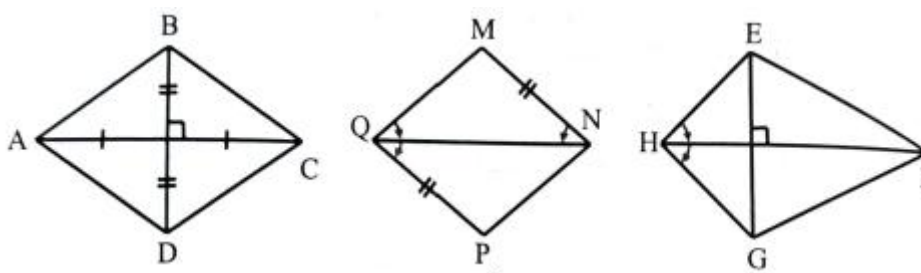
+ Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc trong hình thoi.

c) Dấu hiệu nhận biết hình thoi

Định lý 2:

- a) Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi
- b) Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- c) Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

Ví dụ 1: Trong các hình vẽ sau, hình nào là hình thoi? Vì sao?



2. Hình vuông

a/Khái niệm: Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau

b/Tính chất

Định lý 3:

Trong một hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và là các đường phân giác của các góc của hình vuông

a) Dấu hiệu nhận biết hình vuông

Định lý 4:

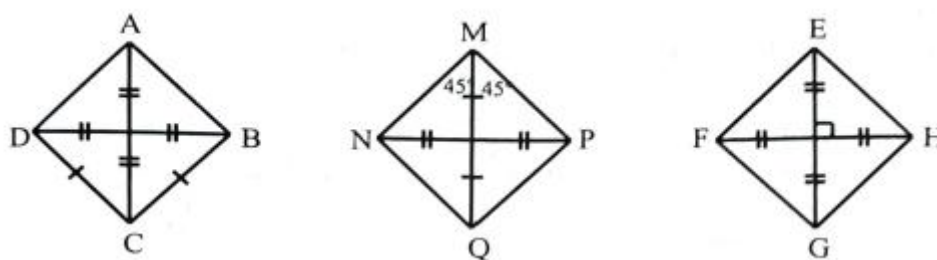
- a) Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông
- b) Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông
- c) Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông

Chú ý:



- + Hình thoi có một góc vuông là hình vuông
- + Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông

Ví dụ 2: Với mỗi hình dưới đây, ta dùng dấu hiệu nhận biết nào để khẳng định đó là hình vuông?



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

1. Dạng 1: Nhận biết hình thoi, hình vuông

a) Phương pháp giải

a) Hình thoi:

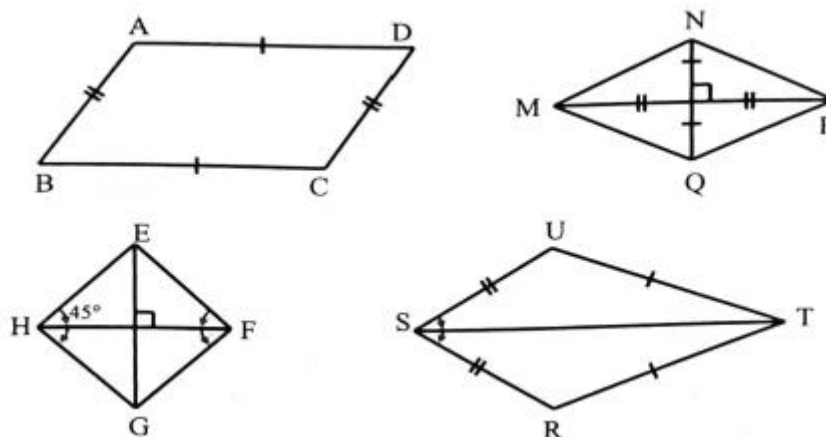
- + Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi
- + Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi
- + Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi
- + Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi

b) Hình vuông

- + Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông
- + Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông
- + Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông
- + Hình thoi có một góc vuông là hình vuông
- + Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông

b) Ví dụ

Bài 1: Tìm các hình thoi và hình vuông trong các hình vẽ sau:

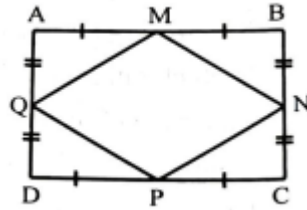




Bài 2: Cho tam giác ABC , M là một điểm nằm giữa B và C . Qua M kẻ đường thẳng song song với AB , AC chúng cắt cạnh AC , AB lần lượt tại N , P

- Tứ giác $APMN$ là hình gì? Vì sao?
- Nếu tam giác ABC cân tại A thì điểm M ở vị trí nào trên cạnh BC để $APMN$ là hình thoi
- Nếu tam giác ABC vuông cân tại A thì tứ giác $APMN$ là hình gì?
- Nếu tam giác ABC vuông cân tại A thì điểm M ở vị trí nào trên cạnh BC để $APMN$ là hình vuông

Bài 3: Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh trong một hình chữ nhật là các đỉnh của một hình thoi?



2. Dạng 2: Sử dụng tính chất hình thoi, hình vuông để tính góc, độ dài cạnh

a) Phương pháp giải

Hình thoi:

- + Các góc đối bằng nhau
- + Các cạnh bằng nhau, các cạnh đối song song
- + Hai đường chéo vuông góc với nhau
- + Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc trong hình thoi

Hình vuông

- + Các góc đối bằng nhau và bằng 90°
- + Các cạnh đối bằng nhau, các cạnh đối song song
- + Trong một hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và là các đường phân giác của các góc của hình vuông

b) Ví dụ

Bài 1: Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh trong một hình thoi các các đỉnh của hình chữ nhật

3. Dạng 3: Sử dụng tính chất hình thoi, hình vuông để chứng minh các yếu tố

a) Phương pháp giải

Hình thoi

- + Các góc đối bằng nhau
- + Các cạnh bằng nhau, các cạnh đối song song
- + Hai đường chéo vuông góc với nhau



+ Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc trong hình thoi

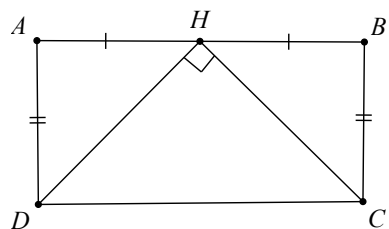
Hình vuông:

+ Các góc đối bằng nhau và bằng 90°

+ các cạnh bằng nhau, các cạnh đối song song

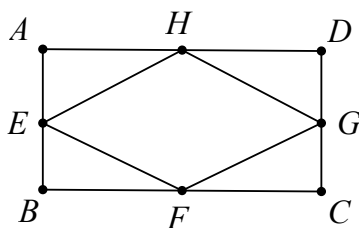
+ Trong một hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và là đường phân giác của các góc của hình vuông.

b) Ví dụ

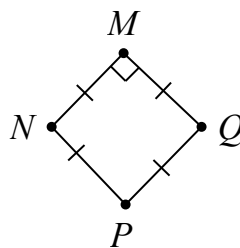
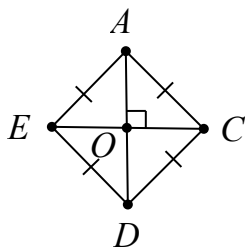


III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

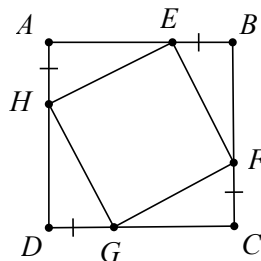
Bài 14.1.(Dạng 1): Quan sát hình. Chứng minh tứ giác $EFGH$ là hình thoi.



Bài 14. 2 (Dạng 2): Tìm hình vuông trong hai hình sau:



Bài 14. 3 (Dạng 2):





Bài 14. 4 (Dạng 3):

Cho tam giác ABC cân tại A , gọi I là trung điểm của BC . Lấy điểm D đối xứng với điểm A qua BC .

a) Chứng minh $ABCD$ là hình thoi.

b) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC , lấy điểm O sao cho E là trung điểm của OI . Chứng minh rằng hai tam giác AOB và IOB vuông và bằng nhau.

c) Chứng minh tứ giác $AEIF$ là hình thoi.

Bài 14. 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên cạnh BC lấy điểm M , trên cạnh CD lấy điểm N sao cho chu vi tam giác CMN bằng $2a$. Chứng minh rằng góc MAN có số đo không đổi.

LUYỆN TẬP CHUNG

I. BÀI TẬP ÔN LUYỆN

Bài 1: Cho tam giác ABC ; D và G lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC . Lấy điểm H sao cho G là trung điểm của đoạn DH .

a) Tứ giác $ADCH$ là hình gì? Vì sao?

b) Với điều kiện nào của tam giác ABC thì $ADCH$ là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

Bài 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Các tia phân giác của các góc $A; B; C; D$ cắt nhau như trên hình vẽ. Chứng minh rằng $EFGH$ là hình chữ nhật.

Bài 3: Gọi $Ob; Oa$ lần lượt là hai tia phân giác của hai góc kề bù xOy và $x'Oy$, M là một điểm khác O trên tia Ox . Gọi H và K là chân đường vuông góc hạ từ M lần lượt xuống đường thẳng chứa $OB; OA$. Hỏi tứ giác $OHMK$ là hình gì? Vì sao?

Bài 4: Cho hình vuông $ABCD$. Lấy một điểm M trên cạnh CD . Tia phân giác của góc DAM cắt cạnh DC tại N . Đường thẳng qua N vuông góc với AM cắt BC tại K . Chứng minh $DN + BK = NK$.

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

B. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.

C. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

D. Hình chữ nhật có một góc vuông là hình vuông.

Bài 2: Cho tứ giác $ABCD$ có $A = 50^\circ; B = 110^\circ; D = 70^\circ$. Khi đó, số đo góc C là:

A. 130° .

B. 120° .

C. 140° .

D. 90° .

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Gọi $I; J$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC; AB$.

a) Chứng minh rằng tứ giác $ADIC$ là hình vuông.



- b) Gọi E là điểm đối xứng với I qua D . Chứng minh tứ giác $AIBE$ là hình chữ nhật.
- c) Tia CD cắt AH tại M và cắt BE tại N . Chứng minh tứ giác $AMBN$ là hình bình hành.

Bài 4: Cho hình vuông $ABCD$. Lấy điểm M trên đường chéo AC . Vẽ $ME \perp AD; MF \perp CD; MH \perp EF$. Chứng minh rằng khi điểm M di động trên AC thì đường thẳng MH luôn đi qua một điểm cố định.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 3

I. TỰ LUẬN

Bài 1: Chứng minh rằng nếu tứ giác có hai đường chéo bằng nhau và một cặp cạnh đối bằng nhau thì đó là hình thang cân.

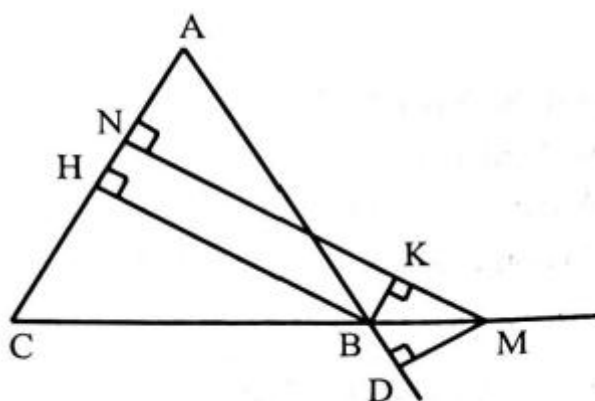
Bài 2: Cho hình bình hành $MNPQ$. Lấy điểm A trên tia MN sao cho $MA = 2MN$.

- a) Tứ giác $ANQP$ có phải là hình bình hành không? Vì sao?
- b) Khi $\triangle MNQ$ vuông cân tại M , hãy tính số đo các góc của tứ giác $ANQP$.

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi M là trung điểm BC , gọi $H; D$ lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M đến $CA; CB$ (hình vẽ).

- a) Chứng minh hai tam giác vuông CMH và MBD bằng nhau.
- b) Chứng minh tứ giác $ADMH$ là hình chữ nhật. Từ đó suy ra D là trung điểm của AB và H là trung điểm của AC .
- c) Lấy điểm N sao cho H là trung điểm của MN , tứ giác $AMCN$ có phải là hình vuông không? Vì sao?

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A , M là một điểm thuộc đường thẳng BC , B ở giữa M và C . Gọi N, H lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M, B xuống AC , còn K là chân đường vuông góc hạ từ B xuống MN .



Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác $BKNH$ là hình chữ nhật.
- b) BH, NK cùng bằng hiệu khoảng cách từ M đến AC và AB (dù M thay đổi trên đường thẳng BC miễn là B ở giữa M và C).



Bài 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Các điểm E, F thuộc đường chéo AC sao cho $AE = EF = FC$. Gọi I là giao điểm của BF và CD , N là giao điểm của DE và AB . Chứng minh rằng:

a) I, N theo thứ tự là trung điểm của CD, AB .

b) $EIFN$ là hình bình hành.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) Chứng minh rằng tứ giác $AMDC$ là hình thang vuông.

b) Chứng minh rằng tứ giác $ANDM$ là hình chữ nhật.

c) Qua M kẻ đường thẳng song song với BN cắt tia DN tại F , Chứng minh rằng $AFCD$ là hình thoi.

d) Gọi I là điểm đối xứng của D qua M . Chứng minh rằng A là trung điểm của IF .

Bài 7: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi O là giao điểm của AF và DE , K là giao điểm của BF và CE .

a) Chứng minh rằng tứ giác $AECF$ là hình bình hành.

b) Tứ giác $BFCE$ là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh rằng tứ giác $EOFK$ là hình chữ nhật.

d) Tìm điều kiện của hình bình hành $ABCD$ để tứ giác $EOFK$ là hình vuông.

Bài 8: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = 2AB$. Từ C vẽ $CE \perp AB$ ($E \in AB$). Nối E với trung điểm O của AD . Từ O vẽ $OF \perp CE$ ($F \in CE$), OF cắt BC tại N .

a) Tứ giác $ONCD$ là hình gì?

b) Chứng minh tam giác EOC cân tại O .

c) Chứng minh $\angle BAD = 2\angle EON$